



FUNDAMENTOS GEODÉSICOS DEL POSICIONAMIENTO GEOSPACIAL

Dr. Henry D. Montecino Castro
Dr. Victor J. Cioce Pérez

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
ESCUELA DE CIENCIAS Y
TECNOLOGÍAS, CAMPUS LOS ANGELES**



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS
GEODÉSICAS Y GEOMÁTICA**

FUNDAMENTOS GEODÉSICOS DEL POSICIONAMIENTO GEOSPACIAL

TEXTO DE APOYO A LA DOCENCIA

Autor:

**DR. HENRY D. MONTECINO CASTRO
DR. VICTOR J. CIOCE PÉREZ**

Año: 2023

FUNDAMENTOS GEODÉSICOS DEL POSICIONAMIENTO GEOSPACIAL

**DR. HENRY D. MONTECINO CASTRO
DR. VÍCTOR J. CIOCE PÉREZ**

Registro de Propiedad Intelectual N° 2023-P-16856 año 2023

ISBN: 978-956-9280-50-4

**Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra
©UNIVERSIDAD DE CONCEPCION**

HENRY D. MONTECINO C.; VICTOR J. CIOCE P.

FUNDAMENTOS GEODÉSICOS DEL POSICIONAMIENTO GEOESPACIAL

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN

Índice general

1	Sistemas Geodésicos de Referencia y principios de posicionamiento	21
1.1	Sistemas de Coordenadas	24
1.2	Principios del Posicionamiento	34
1.3	Preguntas y problemas propuestos	36
2	Sistemas de Referencia Geométricos	37
2.1	El Sistema de Referencia Celeste Convencional	38
2.2	El ITRS	40
2.3	Metodología para fijar el datum Geodésico	45
2.4	Transformación entre ITRF y ICRF	48
2.5	Jerarquía de los Marcos Geodesicos de Referencia Terrestre	52
2.6	Datum Geodésico	54
2.7	Sistemas Geodésicos de Referencia Topocentricos	56
2.8	Sistemas y Marcos de Referencias Geométricos utilizados en Chile	57
2.9	Sistema de Referencia Geodésico Global	62
2.10	Global Geodetic Observing System (GGOS)	65
2.11	Preguntas y problemas propuestos	66
3	Sistemas de Referencia Físicos	69
3.1	Sistemas de Referencia para las Alturas	70
3.2	Sistema de Referencia para la gravedad	81
3.3	Preguntas y problemas propuestos	88
4	Sistema Satelital de Navegación Global - GNSS	91
4.1	La señal GNSS	100
4.2	La combinación GNSS y evaluación de su rendimiento	105
4.3	Fuentes de error en observaciones GNSS	108
4.4	Modelos Matemáticos en posicionamiento GPS	116
4.5	Posicionamiento de Punto Preciso	136
4.6	Problemas Propuestos	144
5	Modos de observación y planificación de campañas GNSS	147

5.1	Modalidades de observación GNSS	148
5.2	Observaciones GNSS en Tiempo Real	154
5.3	Consideraciones acerca de los procedimientos de medición GNSS	160
5.4	Redes GNSS de operación continua	162
6	Introducción al procesamiento de datos GNSS	171
6.1	Conceptualización del postprocesamiento	174
6.2	Tipos de postproceso	179
6.3	Insumos básicos para un postprocesamiento GNSS . . .	183
6.4	Etapas del postprocesamiento de observaciones GNSS .	199
6.5	Problemas Propuestos	208
7	Aplicaciones en Geociencia	211
7.1	GNSS en Hidrología	211
7.2	GNSS en Sismología	216
7.3	GNSS en Meteorología	222
	Bibliografía	231

Índice de figuras

1.1	Metro estándar en París	24
1.2	Sistema de coordenadas Geodésicas	26
1.3	Plano de un meridiano astronómico y coordenadas astronómicas	27
1.4	Coordenadas esféricas polares	28
1.5	Observaciones terrestres y Sistema Astronómico Local (SAL)	28
1.6	Implicaciones de la vertical en redes geodésicas terrestres	29
1.7	Sistemas de coordenadas astronómico local y geodésico local	30
1.8	Sistema Ecuatorial	33
1.9	Posicionamiento Absoluto (panel izquierdo) y relativo (panel derecho)	35
2.1	Sistema de coordenadas ecuatorial celeste	39
2.2	Sistema Geocentrico-Ecuatorial Inercial	39
2.3	Mapa de fuentes extragalácticas de ICRF3 (IERS, 2023)	40
2.4	Técnicas geodésicas utilizadas en la materialización de los International Terrestrial Reference System (ITRS)s. a) Very Long Baseline Interferometry (VLBI), b) Global Navigation Satellite Systems (GNSS), c) Satellite Laser Ranging (SLR), d) Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite (DORIS). Tomadas de https://ggos.org/obs/	41
2.5	Estaciones ITRF2020 por cada técnica. Tomado de Altamimi et al. (2023)	42
2.6	Serie temporal de la estación GNSS ANTC. La línea gris indica las soluciones diarias, y la línea roja el modelo de trayectoria ajustado	43
2.7	Movimiento del Polo (https://ggos.org/item/earth-orientation-parameter/)	49
2.8	Definición de los EOP de la Tierra, y relación entre el Polo Convencional Terrestre (<i>Conventional Terrestrial Pole-CTP</i>) y el Polo Celeste de Efemérides (<i>Celestial Ephemerides Pole - CEP</i>)	50

2.9	Jerarquía de los Sistemas Geodésicos de Referencia	
	Terrestre. Tomado de Hase (2011)	53
2.10	Sistemas Geodésicos de Referencia Locales	56
2.11	Redes Geodésicas Clásicas en Chile y Sudamérica.	
	Tomado de Fischer (1970)	57
2.12	Redes Geodésicas Clásicas en Chile (IGM, 1966)	59
2.13	Realizaciones SIRGAS (SIRGAS, 2022)	60
2.14	Red SIRGAS-CHILE. Los triángulos azules representan las estaciones GNSS	61
2.15	Infraestructura de Global Geodetic Observation System (GGOS). Tomado de Plag et al. (2009)	65
3.1	Superficies involucradas en los sistemas de alturas	70
3.2	No paralelismo entre superficies equipotenciales	71
3.3	Altura ortométrica	72
3.4	Altura Normal	73
3.5	Comparación de los Global Geopotential Model (GGM)s (a) EIGEN-6C4, (b) GECO, y (c) SGGUGM-1 en términos de alturas normales con respecto al modelo medio. Tomado de Sánchez et al. (2021)	78
3.6	Propuesta de estaciones para la red International Height Reference Frame (IHRF). Tomado de Sánchez et al. (2021)	78
3.7	La Red Vertical Chilena (RVCH)	80
3.8	Relación entre el Nivel Medio del Mar Local, el Geoide, y la Sea Surface Topography (SSTop)	80
3.9	International Gravity Standardization Net 1971	83
3.10	Gravímetro FG-5 (panel izquierdo) e gravímetro A-10 (panel derecho), cortesía de (www.microglacoste.com).	85
3.11	Datos gravimétricos período 1948 - 1975. Tomado de IGM (2009)	87
4.1	Cobertura de los sistemas de aumentación o SBAS, https://gssc.esa.int/navipedia	92
4.2	Principio vectorial de la Geodesia Satelital	94
4.3	Ubicación de los satélites GNSS según su altura de vuelo (Meindl, 2011)	95
4.4	Segmento de Control Global Positioning System (GPS), https://www.gps.gov	97
4.5	Segmento de Control Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS) (Sanz et al., 2013)	98
4.6	Fuentes de error sobre la observable GNSS y su magnitud asociada (Sanz et al., 2013)	108

4.7	Arreglo de antenas en satélites GPS (a), GLONASS (b) y Galileo (c), adaptado de Maqsood et al. (2017)	110
4.8	Refracción de la señal GNSS en la atmosfera terrestre	111
4.9	Representación gráfica del TEC, http://gnss.be	112
4.10	Multitrayectoria de la señal GNSS	114
4.11	Antenas tipo choke-ring: Harxon HX-CGX611A (sup.) y Novatel NOV750.R4 (inf.), https://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL/	114
4.12	Correlación entre la señal recibida y la generada en el receptor	117
4.13	Navegación Simple	120
4.14	Position Dilution of Precision (PDOP), a) mala geometría, b) Buena Geometría	123
4.15	Esquema para el desarrollo de la ecuación de cero diferencia de fase	126
4.16	Simple diferencia de fase	128
4.17	Doble diferencia de fase.	129
4.18	Triple diferencia de fase	130
4.19	Estrategia para la resolución de ambigüedades en estático rápido	133
4.20	Desviación estándar para las coordenadas geodésicas de la estación ANTCoOCHL calculadas mediante estimación Precise Point Positioning (PPP) solo-GPS, para sesiones de observación horaria	139
4.21	Desviación estándar para las coordenadas geodésicas de la estación ANTCoOCHL calculadas mediante estimación PPP solo-GPS, para sesiones de observación sub-horaria	139
5.1	Clasificación de los modos de medición GNSS	149
5.2	Observación GNSS absoluta (izq.) y relativa (der.)	149
5.3	Escenarios típicos de la observación GNSS en modo estático: instrumento receptor Trimble R4 dispuesto sobre trípode (sup.) y Thales Z-Max dispuesto sobre monumento de centración forzada	150
5.4	Vista del cielo (skyplot) para una locación en Los Ángeles (Chile), entre las 00h00m00s y 23h59m59s, máscara de elevación de 5° (Navmatix Mission Planning: http://gnssmissionplanning.com)	151
5.5	Escenarios típicos de la observación GNSS en modo estático-rápido	152
5.6	Disposición de antenas GPS para un <i>antenna swap</i> , algunos receptores incluían los accesorios para facilitar el proceso, imagen: 1999 Magellan Corporation	153

5.7	Principio general del posicionamiento GNSS en Tiempo Real	155
5.8	Estación base para un levantamiento GNSS en Tiempo Real	159
5.9	Configuración instrumental del Real-Time Kinematic (RTK) estándar	160
5.10	Algunos modelos de controladoras para mediciones RTK: (1) Leica CS20, https://leica-geosystems.com ; (2) Trimble TSC3, https://geospatial.trimble.com ; (3) Spectra Precision Ranger 3XC, https://spectrageospatial.com ; (4) South H6, https://www.southinstrument.com ; (5) Carlson Surveyor2, https://www.carlsonsw.com ; (6) Juniper System Allegro 3, https://junipersys.com	161
5.11	Estaciones de referencia de la red SIRGAS-Chile, situación a marzo-2023, https://www.igm.cl	164
5.12	Red global del International GNSS Service (IGS) (http://www.igs.org)	164
5.13	Red GNSS del servicio OmniSTAR (https://www.omnistar.com)	164
5.14	Estación de operación continua CN40 (Williamsted, Curazao) de la NOTA (Network of the Americas), operada por UNAVCO, https://www.unavco.org	165
5.15	RAMSAC-NTRIP (Red Argentina de Monitoreo Satelital Continuo NTRIP), https://www.ign.gob.ar	166
5.16	Visualización web del estado operativo de la estación CN40 (Williamsted, Curazao), bajo administración de la UNAVCO, https://www.unavco.org/instrumentation/networks/status/nota/realtime	167
6.1	Ubicación relativa del punto de prueba PER ₁ respecto a la estación UDECooCHL	172
6.2	Observación y estimación como elementos del posicionamiento GNSS	173
6.3	Etapas básicas de un postprocesamiento GNSS	178
6.4	Esquema general de un postprocesamiento GNSS con software comercial	181
6.5	Esquema general de un postprocesamiento GNSS con software científico	182
6.6	Archivo de observación mixto (GPS+GLONASS) en formato RINEX v2.11	186
6.7	Archivo de observación mixto (GPS+GLONASS) en formato RINEX v3.04	186
6.8	Nomenclatura de un archivo RINEX v.2.0 y subsiguientes	187

6.9	Nomenclatura de un archivo RINEX v.3.02 y subsiguientes	188
6.10	Archivo de órbita precisa en formato SP3	191
6.11	Nomenclatura estándar para productos del IGS: nombre corto (sup.), nombre largo (inf.)	192
6.12	Archivo ERP (extracto) ofrecido por el IGS, https://igs.org	192
6.13	Sistema de referencia fijo en el satélite, adaptado de Seeber (2003a)	193
6.14	Brazo robótico para la calibración absoluta de antenas GNSS, http://www.geopp.de	193
6.15	Cámara anecoica para la calibración absoluta de antenas GNSS (Riddell et al., 2015)	194
6.16	Estructura interna de un archivo ANTEX y su nomenclatura	194
6.17	Antena receptora GNSS Trimble Zephyr Geodetic II (TRM55971.00+NONE), https://oemgnss.trimble.com	194
6.18	Total Electron Content (TEC) global para el día 041, año 2023, a las 16:00:00 UTC. Producto IGS; https://igsiono.uwm.edu.pl	196
6.19	TEC regional para el día 165, año 2023, a las 15:30:00 UTC; https://www.maggia.unlp.edu.ar	196
6.20	Archivo *.GRD correspondiente a la malla global de la VMF1	197
6.21	Altura de la antena GNSS observada y reducida a su ARP	200
6.22	Parámetros geométricos de la antena Spectra Precision SPP91564-2 + NONE	200
6.23	Identificación de líneas-base independientes y triviales sobre la interfaz de un software comercial de procesamiento GNSS	203
6.24	Visualización gráfica de observaciones simultáneas base-rover para su depuración manual	204
7.1	Esquema de cargas y descargas de agua y su impacto en la deformación de la corteza terrestre.	212
7.2	Mapa de TWS sobre América del Sur basado en GPS (b), y el modelo hidrológico GLDAS-Noah (c), (d) Residuales como las diferencias entre TWS-GPS y TWS-GLDAS-Noah.	214

7.3	El VCD en respuesta elástica a la eliminación de una carga de disco uniforme con 5,6 m de altura y 36,6 km de radio, lo que equivale al volumen de reducción de agua entre 2012 y 2015. La línea discontinua roja representa el borde del disco en 36.6 km del centro del disco. Tomado de Ferreira et al. (2020)	215
7.4	(a) Serie temporal de VCD observadas por GPS (b) Serie temporal de TWS derivadas de Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE). (c) El coeficiente de correlación de Spearman entre el VCD y el Terrestrial Water Storage (TWS).	216
7.5	Plano de falla con sus parámetros geométricos	219
7.6	Campo de desplazamiento estático cosísmico derivado de estaciones GPS. Tomado de Vigny et al. (2011)	222
7.7	Modelos de fuentes cosísmicas y de deslizamiento posteriora al salto co-sísmico. Tomado de Vigny et al. (2011)	223
7.8	Retardo zenital troposférico para la estación UDECooCHL, año 2020, estimado mediante PPP	228
7.9	ZWD para las estaciones CN3900VEN (sup.) y CN4100VEN (inf.). Tomado de Cioce (2019)	228
7.10	ZWD para la estación MARAooVEN, periodo 2000-2015. Tomado de Cioce (2019)	229
7.11	Relación entre el ZWD e IWV. Tomado de Guerova and Simeonov (2021)	229

Índice de tablas

2.1	Sensibilidad de las técnicas geodésicas espaciales con respecto a los parámetros geodésicos relacionados con las realizaciones del ITRS y International Celestial Reference System (ICRS)	41
2.2	Modelos de velocidades para diferentes países	45
2.3	Posibles causas del cambio secular del geocentro con orden de magnitud esperado c.f.Pavlis and Kuzmich-Cieslak (2009)	47
2.4	Variación en Length Of Day (LOD) (Pinjian, 1994)	48
2.5	Variación en Movimiento Polar (Pinjian, 1994)	49
2.6	Información general de las realizaciones International Terrestrial Reference Frame (ITRF) compilados por la sección sistema de referencia terrestre International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS), IGN France, desde ITRF88 hasta ITRF2000. Los valores por cada técnica indican las co-localizaciones. Tomado de Angermann et al. (2013).	52
2.7	Marcos de referencia continentales	53
2.8	Métodos y extensiones de redes Geodésicas	53
2.9	Realizaciones SIRGAS-Chile	60
2.10	Ejemplo de ecuación de Laplace	67
2.11	Parámetros de transformación desde ITRF2020 para ITRF2014 (https://itrf.ign.fr/docs/solutions/itrf2020/Transfo-ITRF2020-TRFs.txt)	67
3.1	Valores de gravedad en aeródromos Chilenos	86
4.1	Constituyentes del GNSS	93
4.2	Características de los arreglos orbitales GNSS	97
4.3	Caracterización de las señales GPS	102
4.4	Caracterización de las señales GLONASS	103
4.5	Caracterización de las señales Galileo	104
4.6	Caracterización de las señales BeiDou	105
4.7	Valores de PDOP y conceptos asociados	123
4.8	Algunos servicios de procesamiento GNSS en-línea	143

4.9	Coordenadas cartesianas geocéntricas y pseudodistancias	144
4.10	Coordenadas post-procesadas y coordenadas de navegación	145
5.1	Principales formatos empleados para la transmisión de correcciones diferenciales	157
5.2	Estaciones SIRGAS-CON establecidas en territorio continental chile, situación a marzo-2023	169
6.1	Posicionamiento autónomo vs. postproceso sobre una estación de prueba	172
6.2	Algunas plataformas comerciales de procesamiento GNSS	180
6.3	Plataformas de procesamiento riguroso (científico) más utilizadas.	182
6.4	Algunos formatos crudos (o nativos) de los archivos de observación GNSS	184
6.5	Productos orbitales GPS y GLONASS ofrecidos por el IGS (detalles en https://igs.org/products)	189
6.6	Orbitas y relojes multi-constelación ofrecidos por el IGS (detalles en https://igs.org/mgex/data-products)	190

Acrónimos

BIH	Bureau Internationale de l'Heure. 40
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures. 24
CIS	Conventional Inertial System. 49
CODE	Center for Orbit Determination in Europe. 140 , 190 , 195
CORS	Continuously Operating Reference Stations. 163 , 212
CTRS	Conventional Terrestrial Reference System. 22 , 40 , 49
DGFI	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut- TUM. 41
DOP	Dilution of Precision. 122
DORIS	Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite. 5 , 41 , 44 , 181
EGM2008	Earth Gravity Model 2008. 77
EOP	Earth Orientation Parameters. 49 , 64 , 191
EUREF	European Geodetic Reference Systems. 168 , 227
GAST	Greenwich Apparent Sidereal Time. 48 , 50
GEIS	Geocentric Equatorial Inertial (Space-Fixed) System. 39
GFZ	GeoForschungs Zentrum. 185 , 190
GGM	Global Geopotential Model. 6 , 76–78
GGOS	Global Geodetic Observation System. 6 , 65 , 66
GGRF	Global Geodetic Reference Frame. 63 , 64 , 66 , 83
GGRS	Global Geodetic Reference System. 63 , 64

GLONASS	Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema. 6–8, 11, 12, 91, 93, 96–103, 107, 108, 110, 137, 142, 143, 162, 174, 185, 186, 188, 189, 193, 206
GNSS	Global Navigation Satellite Systems. 5–9, 11, 12, 19, 36, 41, 44, 52, 53, 59–61, 66, 74, 81, 91–95, 97–101, 103–111, 113–116, 136–138, 140–144, 147–152, 154–185, 187, 188, 190, 191, 193–195, 197–203, 205, 207, 208, 211–219, 221–225, 227–230
GPS	Global Positioning System. 6–10, 12, 19, 36, 37, 41, 44, 53, 59, 62, 91, 93, 95–101, 103–107, 110, 116–120, 124, 126, 127, 129–132, 136, 137, 141–143, 149, 151, 153, 155, 162, 163, 165, 171, 173, 174, 184–186, 188–190, 193, 202, 206, 214–218, 222, 223, 228
GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment. 10, 212–216
GRS80	Geodetic Reference System 1980. 41, 62, 89
IAG	International Association of Geodesy. 22, 44, 65, 77, 78, 81, 82, 84, 224
IAU	International Astronomical Union. 22, 38, 40
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. 88
ICRF	International Celestial Reference Frame. 38, 39, 49, 50, 52, 63
ICRS	International Celestial Reference System. 11, 22, 37–39, 41, 64
IERS	International Earth Rotation and Reference Systems Service. 11, 22, 37, 40, 42, 44, 52, 84, 180, 195, 198
IGM	Instituto Geográfico Militar de Chile. 57, 61, 62, 86, 88, 163
IGN	Institut national de l'information géographique et forestière. 41
IGRF	International Gravity Reference Frame. 82–84
IGRS	International Gravity Reference System. 82–84
IGS	International GNSS Service. 8, 9, 12, 60, 98, 107–109, 139, 140, 143, 163–165, 167, 168, 181, 185, 187, 189–192, 194–196, 227
IGSN71	International Gravity Standardization Net 1971. 81–83

IHRF	International Height Reference Frame. 6 , 63 , 75–78 , 81
IHRS	International Height Reference System. 75–77
InSAR	Interferometric Synthetic Aperture Radar. 212 , 218
IPGH	Instituto Panamericano de Geografía e Historia. 87
ITRF	International Terrestrial Reference Frame. 11 , 40–42 , 44 , 48–50 , 52 , 59–61 , 63 , 70 , 75 , 77 , 78 , 81 , 85 , 165 , 168
ITRS	International Terrestrial Reference System. 5 , 11 , 37 , 40 , 41 , 44 , 59 , 61 , 64 , 75 , 76 , 93
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics. 62 , 82
JPL	Jet Propulsion Laboratory. 140
LEO	Low Earth Orbit. 66 , 140 , 154
LOD	Length Of Day. 11 , 48 , 191
MVC	Matriz Varianza-Covarianza. 122
NASA	National Aeronautics and Space Administration. 190
NMM	Nivel Medio del Mar. 80 , 81
NNR	No Net Rotation. 41 , 52
NRTK	Network RTK. 169
NTRIP	Networked Transport of RTCM via Internet Protocol. 158 , 166
OTF	On-the-Fly. 153 , 159
PCV	Phase Center Variation. 140 , 193 , 194
PDOP	Position Dilution of Precision. 7 , 11 , 122 , 123
PPP	Precise Point Positioning. 7 , 10 , 124 , 125 , 136–143 , 175 , 177 , 189–191 , 201 , 202 , 206 , 227 , 228
PSAD56	Provisional South American Datum of 1956. 58 , 61 , 87
PZ-90	Parametry Zemli 1990. 174
QZSS	Quasi-Zenith Satellite System. 92 , 93

RAMSAC	Red Argentina de Monitoreo Satelital Continuo. 166
RINEX	Receiver INdependent EXchange Format. 142 , 184 , 185 , 187–189 , 199 , 203
RTK	Real-Time Kinematic. 8 , 155 , 158–162 , 173
RVCH	Red Vertical Chilena. 6 , 79–81
SAD69	South American Datum 1969. 58 , 61
SAL	Sistema Astronómico Local. 5 , 28–31
SBAS	Satellite Based Augmentation Systems. 92 , 93
SGL	Sistema Geodésico Local. 30 , 31
SGR	Sistema Geodésico de Referencia. 19 , 21 , 22 , 37 , 56 , 57 , 59 , 61–63
SI	Sistema Internacional. 23 , 76 , 83 , 84
SIRGAS	Sistema de Referencia Geodésico para las Américas. 44 , 58 , 59 , 61 , 79 , 168 , 181 , 227
SLR	Satellite Laser Ranging. 5 , 35 , 37 , 41 , 44 , 47 , 98 , 181
SSH	Sea Surface Height. 80
SSTop	Sea Surface Topography. 6 , 74 , 79 , 80 , 89
TEC	Total Electron Content. 9 , 112 , 195 , 196
TWS	Terrestrial Water Storage. 10 , 212–216
VANT	Vehículo Aéreo No Tripulado. 152 , 154
VEMOS	velocity Model for SIRGAS. 44
VLBI	Very Long Baseline Interferometry. 5 , 37 , 39 , 41 , 44 , 181
WGS84	World Geodetic System 1984. 62 , 174

Introducción

En las últimas décadas, se ha entendido la necesidad de conocer la localización (posición) de los elementos en el espacio (e.g., sobre la Tierra) para diversas aplicaciones, así como la importancia de tener referencias espaciales únicas a nivel global. Esta situación se ha reflejado en el uso masivo de datos geoespaciales, y de sensores de posicionamiento global (e.g., [GPS](#)), para aplicaciones que van desde actividades recreativas y deportivas hasta la ingeniería y la investigación. La sociedad actual ha comprendido el rol crítico que desempeña el posicionamiento geoespacial en el análisis de diferentes fenómenos en nuestro planeta, así como en el soporte para la toma de decisiones en campos como la navegación, la gestión de recursos naturales, la planificación urbana, la seguridad nacional y la gestión de emergencias. En consecuencia, los profesionales relacionados con la medición de la Tierra, como los Ingenieros Geomáticos, Ingenieros Geomensores y Topógrafos, entre otros, se han enfrentado a cambios significativos en las actividades de medición, procesamiento, representación y análisis de los datos geoespaciales, debido a la implementación de [Sistema Geodésico de Referencia \(SGR\)](#) (cinemáticos) y al uso de sensores de observación modernos. En este contexto, el presente texto ofrece una visión clara, concisa y didáctica de los conceptos clave, incluidos los principios, el uso e implementación de los [SGRs](#) modernos, así como la medición y el procesamiento de datos de una de las técnicas geodésicas de posicionamiento más relevantes en los últimos años, el [GNSS](#).

Diseñado como un recurso integral, este libro se adapta tanto a lectores de pregrado como a profesionales en el campo del posicionamiento geoespacial. Al comprender los fundamentos geodésicos, los lectores estarán preparados para navegar en el complejo mundo del posicionamiento geoespacial con precisión y exactitud, mejorando la confiabilidad y el valor de la información geoespacial en una amplia gama de disciplinas.

Este libro se basa en gran medida en las notas de clases de los autores, asociadas a las asignaturas de Fundamentos de Geodesia (GEO457212), Métodos en Geodesia (GEO457215) y Levantamientos

Geodésicos (GEO457200) de la carrera Ingeniería Geomática de la Universidad de Concepción.

El presente libro es el resultado del proyecto de docencia **Fundamentos geodésicos de posicionamiento geoespacial**, presentado al concurso ESCRIBE.DOC 2022 de la Universidad de Concepción, código E22-112, adjudicado en Octubre de 2022 por el Dr. Henry Montecino Castro, con la colaboración del Dr. Victor Cioce Pérez.

Sistemas Geodésicos de Referencia y principios de posicionamiento

Desde los inicios de la civilización, el ser humano ha necesitado orientarse en el espacio, al menos en su entorno, acto plasmado a través de alguna representación gráfica o cartográfica en alguna superficie, para el desarrollo de sus actividades. En la medida que se ha desarrollado nuestra sociedad, las necesidades del conocimiento del territorio, más allá del medio local ha ido creciendo. El transporte, y la actividad económica ha exigido el conocimiento más amplio y preciso de nuestro planeta. En principio, las posibilidades de orientarse y describir posiciones estaban limitadas al uso de elementos naturales tomados como referencia (e.g., ríos, montañas, etc.). Sin embargo, con el desarrollo de la tecnología y la ciencia, fue posible comenzar a determinar las posiciones de los elementos sobre o próximo a la superficie terrestre, con mejor precisión, y usando referencias más globales. Justamente, los SGRs permiten resolver la problemática anteriormente señalada, pero de una manera más precisa y estable.

Para la descripción de los SGRs, es necesario distinguir los conceptos: Sistema de Referencia y Marco de Referencia (Rummel and Peters, 2001). Además, se debe resaltar que, existen SGRs para modelar diferentes tipos de observables, estas pueden ser geométricas (e.g., coordenadas), físicas (e.g., alturas, gravedad), e incluso el tiempo (escalas de tiempo).

1. Sistema de Referencia

El "Sistema" de Referencia, o inglés simplemente *System*, se define como un conjunto de constantes, convenciones, modelos y parámetros, que sirven como la base necesaria para la representación matemática de las cantidades geométricas y físicas. Un ejemplo es un sistema cartesiano tridimensional con el origen en el geocentro ¹, orientación ecuatorial, escala métrica y que gira

¹ con origen en el centro de masa de toda la Tierra, incluidos los océanos y la atmósfera.

con la Tierra (Drewes, 2009). Estas convenciones son necesarias, por ejemplo, para tratar el movimiento de las placas tectónicas, las mareas y la respuesta de la Tierra ante las mareas. En el *System* se podría definir las constantes de un elipsoide de referencia o los parámetros de un campo gravitatorio de referencia. Debido a que el posicionamiento y la navegación son actividades cotidianas hoy en día, es importante que las mismas definiciones se utilicen en todas partes. Por lo tanto, las convenciones adoptados internacionalmente son necesarios. El IERS (ver <https://www.iers.org/>), un servicio compuesto por la International Association of Geodesy (IAG) y la International Astronomical Union (IAU) prepara la definición de los denominados sistemas de referencia convencionales y su implementación, ver por ejemplo (McCarthy, 1996). El ICRS es adoptado por IAG y la IAU, y el Conventional Terrestrial Reference System (CTRS) es realizado por la IAG.

Algunos autores consideran los "Sistemas de Coordenadas" como un concepto independiente de la "definición". En este curso, consideraremos los sistemas de coordenadas como parte del "Sistema". Y estos son el elemento matematico central de cualquier sistema de referencia geodésico. La elección de un sistema de coordenadas en tres dimensiones requiere la definición de su origen (tres elementos), la orientación de los ejes (tres elementos), y la escala. Es una práctica común elegir vectores base ortonormales y la misma escala a lo largo de los tres ejes. Es conveniente atar el sistema ortonormal de vectores base a un sistema de coordenadas curvilíneas, tales como coordenadas esféricas, geográficas o elipsoidales. La transformación entre las coordenadas dadas en dos SGRs, consiste en un cambio de origen (tres grados de libertad) y rotaciones de los vectores de base (tres grados de libertad). Dejamos de lado aquí la comparación de escala. Por definición, el tiempo es tratado aquí como completamente independiente.

2. Marco de Referencia

Por último, un marco de referencia o en inglés *Frame*, contiene todos los elementos necesarios para la materialización de un sistema de referencia. En el caso de marcos espaciales o celestes fijos, es esencialmente un catálogo adoptado de objetos celestes como estrellas o quásares ², y en el caso de un marco terrestre es el catálogo de coordenadas de puntos (estaciones terrestres, observatorios), así como sus velocidades. Los catálogos son elegidos para ser consistentes con las convenciones del sistema de referencia correspondiente.

² Objetos muy brillante en el espacio, similar a una estrella, y muy lejos de la Tierra. Un cuásar emite poderosas ondas de radio.

Es común jerarquizar los Sistemas de Referencia en tres niveles: sistemas fijos espaciales, sistemas fijos Terrestres y sistemas locales u horizontal.

Además, se debe tener en cuenta que, los Sistemas de Referencia existen no tan solo para describir las posiciones en la Tierra, sino también para otras magnitudes terrestres, por ejemplo: para determinar órbitas en el espacio inercial, para determinar el campo de gravedad terrestre, para las alturas, y también para el tiempo. Es importante destacar que, en general los ingenieros y/o geocientistas capturan observaciones de diferente naturaleza (e.g., distancias, ángulos, gravedad, desnivel, etc.) para estimar parámetros (e.g., coordenadas, inclusive las alturas.) que les permitan estudiar un fenómeno, o resolver algún problema específico. Es en este contexto que es introducido el Sistema de Referencia, puesto que sólo a partir de las observaciones, no es posible obtener "parámetros". Las unidades básicas que son utilizadas en las observaciones de acuerdo al [Sistema Internacional \(SI\)](#) son ([Goldsmith, 2010](#)):

■ Tiempo

- Inicialmente, el segundo fue definido como la fracción $1/86400$ del día solar medio.
- En 1956, el segundo se redefinió como $1/31,556,925.9747$ del año tropical medio de 1900.
- La definición actual, que data de 1967, es: *Un segundo es la duración de 9192631770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.*

■ Longitud

- El metro fue originalmente definido en 1791 durante la Revolución Francesa como $1/10000000$ de la distancia desde el Polo Norte hasta el ecuador a lo largo de la línea del meridiano que pasa por París.
- En 1799, se adoptó una definición del metro basada en la longitud de un péndulo que tenía un período de oscilación de un segundo en condiciones específicas. Sin embargo, esta definición resultó ser poco práctica debido a las dificultades de medir y mantener la longitud exacta del péndulo.
- En 1889, se estableció una definición del metro basada en un patrón físico concreto. El metro se definió como la distancia entre dos líneas grabadas en una barra de aleación de platino e iridio conocida como el "Patrón Internacional del Metro". Este

patrón fue mantenido por el [Bureau International des Poids et Mesures \(BIPM\)](#), reproducida con precisión de 10^{-7} (ver fig.1.1).

- En 1960, se adoptó una nueva definición del metro basada en la longitud de onda de la luz. El metro se definió como 1650763.73 longitudes de onda en el vacío de la radiación emitida por el isótopo kriptón-86.
- En 1983, se introdujo la definición actual del metro, que se basa en la velocidad de la luz en el vacío. El metro se define como la distancia que recorre la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de $1/299792458$ de segundo.

■ Masa

Kilogramo: Prototipo Internacional del Kilogramo.

Estas definiciones reflejan la evolución del entendimiento científico y los avances tecnológicos en la medición de las unidades básicas.

1.1 *Sistemas de Coordenadas*

Los sistemas de coordenadas son sistemas utilizados para describir y representar la ubicación de puntos en un espacio o superficie. Proporcionan una forma sistemática de identificar y especificar la posición de un punto en relación con un origen de referencia y ejes de coordenadas. Los elementos que componen un sistema de coordenadas son: origen, orientación de los ejes, escala, y unidades de medida.

Un sistema de coordenadas es una creación artificial para permitir la definición analítica de un objeto o de un fenómeno. Existen múltiples opciones para definir analíticamente la situación geométrica de un elemento y por tanto, es posible elegir entre diferentes sistemas de coordenadas. Desde el punto de vista matemático cualquier sistema de coordenadas es admisible.

Desde un punto de vista práctico, la única razón para seleccionar un sistema de coordenadas, suele ser el hecho de que un determinado objeto de estudio en cuestión aparezca en su forma más simple, geoméricamente interpretable y susceptible de ser medido.

A lo largo de este capítulo se describen los sistemas de coordenadas más empleados en Geodesia³, entre los que se encuentran las coordenadas cartesianas, las coordenadas curvilíneas y las proyecciones cartográficas.

Dado un sistema de referencia geodésico, la posición espacial de un punto se puede expresar según distintos sistemas de coordenadas que en Geodesia se acostumbra a clasificar según diversos criterios ([Dragomir et al., 1982](#)):



Figura 1.1: Metro estándar en París

³ Ciencia que se ocupa de determinar la geometría, el campo de gravedad, y la rotación de la Tierra, junto con su evolución en el tiempo.

- En función de la situación del origen:
 - Sistemas de coordenadas geocéntricos. Son sistemas de coordenadas cuyo origen se encuentra situado en el centro de masas terrestre.
 - Sistemas de coordenadas casi geocéntricos. Son sistemas de coordenadas cuyo origen está situado en las proximidades del centro de masas terrestre, pero no exactamente en él.
 - Sistemas de coordenadas topocéntricos. Son sistemas de coordenadas cuyo origen está situado en algún punto de la superficie terrestre.
- En función del tipo de coordenadas:
 - Coordenadas cartesianas:
 - Coordenadas cartesianas tridimensionales globales, (X, Y, Z) .
 - Coordenadas cartesianas tridimensionales locales, (x, y, z) o (e, n, u) .
 - Coordenadas curvilíneas:
 - Coordenadas esféricas (ϑ, λ, r) , (α, δ) , (β, λ) .
 - Coordenadas astronómicas, (Φ, Λ, W) .
 - Coordenadas geodésicas junto a altura ortométrica, (φ, λ, H) .
 - Coordenadas geodésicas junto a altura elipsoidal, (φ, λ, h) .
 - Coordenadas en una proyección cartográfica:
 - Coordenadas sobre una proyección cartográfica junto a altura ortométrica (E, N, H) .
 - Coordenadas sobre una proyección cartográfica junto a altura elipsoidal (E, N, h) .

Algunos de los sistemas de coordenadas anteriores se utilizan principalmente para expresar la posición absoluta de un punto de la superficie terrestre mientras que otros, como se estudiará en otra unidad didáctica, son especialmente útiles para abordar el transporte de coordenadas geodésicas al estar directamente relacionados con la práctica de los métodos de observación empleados en Geodesia.

Algunos de los sistemas de coordenadas están definidos para parametrizar una superficie de referencia y la extensión al espacio tridimensional obliga a acompañarlos de una tercera coordenada altura, que expresa la separación a esa superficie o a otra relacionable con ella.

1.1.1 Coordenadas Geodésicas

La parametrización de la posición de un punto sobre o próximo a la superficie terrestre en términos de coordenadas geodésicas está dada por las siguientes tres componentes:

- La **Latitud Geodésica** (φ): es el ángulo formado por la normal⁴ a la superficie del elipsoide en el punto dado y por el plano ecuatorial (ver fig.1.2). El dominio de la latitud geodésica es $-90^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ$, o $90^\circ S \leq \varphi \leq 90^\circ N$.
- La **Longitud Geodésica** (λ): corresponde al ángulo diedro formado por el plano del meridiano de origen y el plano del meridiano del punto (ver fig.1.2). El dominio de la longitud geodésica es $-180^\circ \leq \lambda \leq +180^\circ$, o $180^\circ O \leq \lambda \leq 180^\circ E$.
- El tercer componente del Sistema de Coordenadas Geodésicas es la **altura elipsoidal** (h) que es el segmento de la normal al elipsoide que va desde el punto sobre la superficie topográfica hasta el elipsoide de referencia (ver fig.1.2).

⁴ dirección del vector de la gravedad normal. Este es perpendicular al elipsoide en punto.

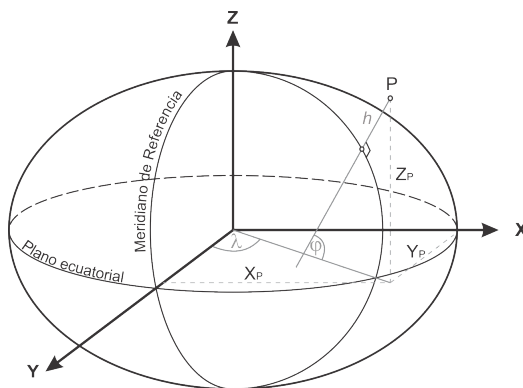


Figura 1.2: Sistema de coordenadas Geodésicas

Por lo tanto, en Geodesia, la posición de un punto sobre la superficie estará determinada por su latitud, longitud y altura elipsoidal.

1.1.2 Coordenadas Astronómicas

El sistema de coordenadas astronómico global surge como respuesta a la necesidad de encontrar un sistema natural de coordenadas asociado al campo de gravedad terrestre.

Para definir éste sistema de coordenadas es necesario definir en primer lugar el concepto de meridiano astronómico. El plano del meridiano astronómico es aquel que contiene la vertical del punto (tangente a la línea de plomo) y es paralelo al eje de rotación terrestre Z (ver fig.1.3).

Los parámetros que definen la posición de un punto en un sistema de coordenadas astronómico global son (Jekeli, 2006):

- **Latitud Astronómica (Φ):** es el ángulo medido en el plano del meridiano astronómico desde el ecuador hasta la tangente de la línea de plomo (ver fig. 1.3). El dominio de la latitud astronómica es $-90^\circ \leq \Phi \leq +90^\circ$, o $90^\circ S \leq \Phi \leq 90^\circ N$.
- **Longitud Astronómica (Λ):** es el ángulo medido en el ecuador desde plano meridiano astronómico instantáneo tomado como origen (para Greenwich) hasta el plano del meridiano astronómico del punto (ver fig. 1.3). El dominio de la longitud astronómica es $-180^\circ \leq \Lambda \leq +180^\circ$, o $180^\circ O \leq \Lambda \leq 180^\circ E$.
- **Potencial (W) o Altura ortométrica (H):** W es el potencial de gravedad en el punto P y lo sitúa dentro del sistema de superficies de nivel (Torge et al., 2023). En el caso de la altura ortométrica (H^O), esta es la distancia que va desde el punto sobre la superficie terrestre hasta el geode⁵ medido sobre la vertical⁶.

⁵ superficie de nivel del campo de gravedad de la Tierra que, en promedio, se ajusta mejor al nivel medio del mar

⁶ Dirección del vector de gravedad en el nto.

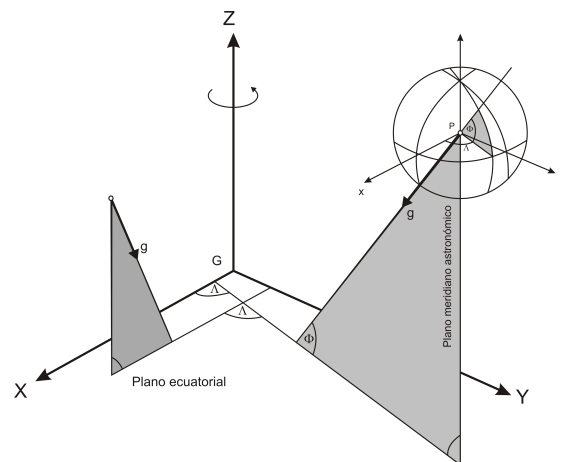


Figura 1.3: Plano de un meridiano astronómico y coordenadas astronómicas

1.1.3 Coordenadas esféricas

Las coordenadas esféricas y la trigonometría esférica son herramientas esenciales para las manipulaciones matemáticas de las coordenadas de los objetos en la esfera celeste para aplicaciones en Astronomía, Geofísica y Geografía. De manera similar, para las coordenadas terrestres globales, los primeros cartógrafos usaron coordenadas esféricas, aunque, hoy en día, rara vez las usamos para sistemas terrestres, excepto con aproximaciones justificadas (Jekeli, 2006). De acuerdo con la fig. 1.4, θ es la co-latitud (ángulo desde el

polo), λ es la longitud (ángulo desde el eje x), y r es la distancia radial de un punto.

1.1.4 Coordenadas Locales

Todas las técnicas clásicas de observación geodésica se realizan con instrumental que materializa físicamente la dirección del vector de la gravedad o vertical astronómica del lugar. El sistema de coordenadas instrumental más empleado en Geodesia se denomina **SAL** y, de acuerdo a la fig. 1.7, se define de la siguiente forma:

- El origen está en la estación de observación.
- El polo primario (eje Z) es la normal a la superficie equipotencial (vertical de la gravedad en la estación de observación). El plano primario es el plano que contiene el origen y perpendicular a la vertical de la gravedad.
- El eje primario (eje X) es la intersección del plano primario y el plano que contiene el polo terrestre medio y la estación de observación y es llamado 'Norte Astronómico'
- El eje Y es dirigido al Este para formar un sistema de mano izquierda.

El vector definido por el punto de estación i y el punto visado j se suele expresar tanto en coordenadas cartesianas como en coordenadas polares. Las coordenadas polares, directamente relacionadas con las técnicas clásicas de observación geodésica son (ver fig.1.5):

α_{ij} acimut, con dominio $0 \leq \alpha < 2\pi$

β_{ij} ángulo cenital, con dominio $0 < \beta < \pi$

D_{ij} Distancia geométrica, con dominio $\mathbb{R}$

La relación entre las coordenadas polares y las correspondientes coordenadas cartesianas, como se deduce directamente de la fig. 1.5, resultan:

- De coordenadas polares a cartesianas

$$x_{ij} = D_{ij} \sin \beta_{ij} \sin \alpha_{ij} \quad (1.1)$$

$$y_{ij} = D_{ij} \sin \beta_{ij} \cos \alpha_{ij} \quad (1.2)$$

$$z_{ij} = D_{ij} \cos \beta_{ij} \quad (1.3)$$

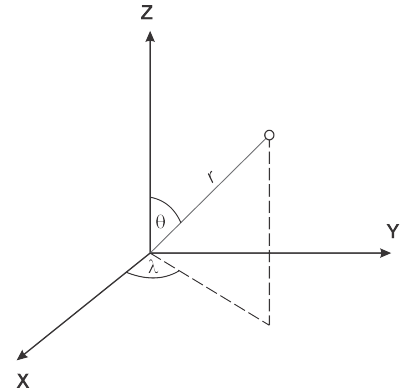


Figura 1.4: Coordenadas esféricas polares

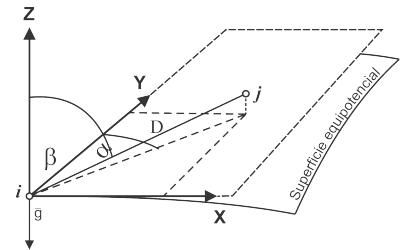


Figura 1.5: Observaciones terrestres y **SAL**

- De coordenadas cartesianas para polares

$$\alpha_{ij} = \arctan \frac{x_{ij}}{y_{ij}} \quad (1.4)$$

$$\beta_{ij} = \arccos \frac{z_{ij}}{D_{ij}} \quad (1.5)$$

$$D_{ij} = \sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2 + z_{ij}^2} \quad (1.6)$$

El **SAL** es muy útil para expresar las mediciones efectuadas desde el punto origen y para expresar incrementos de coordenadas respecto al mismo, pero no es válido como sistema de referencia para un levantamiento geodésico. La razón es que el eje z sigue siempre la dirección del vector gravedad y éste, normal a la superficie equipotencial que pasa por el punto de estación i , sigue una dirección diferente en cada punto (ver fig.1.6). Por tanto, al desplazar el origen, el sistema de coordenadas experimentará una rotación, cuya magnitud dependerá de la curvatura que presenten las superficies equipotenciales del campo gravitatorio. Es decir, un **SAL** es único para cada punto y solamente sirve para referir las mediciones efectuadas desde él.

Es frecuente en Topografía definir un sistema de referencia directamente relacionado con el sistema de coordenadas astronómico local. Dada una zona de actuación de dimensiones reducidas, se define el sistema de referencia a partir de materializar un punto origen en el terreno, que habitualmente domina el horizonte de la zona, al que se dota de coordenadas cartesianas tridimensionales arbitrarias lo suficientemente grandes como para evitar la aparición de coordenadas negativas en el cálculo, obteniéndose una traslación del origen del sistema de referencia. Como dirección del eje z se toma el mismo del sistema de coordenadas astronómico local para el punto materializado, la dirección del eje principal de una Estación Total correctamente estacionado en el punto con sentido positivo cenital, y el eje y se define a partir de una dirección materializada en el terreno en la que la puntería realizada con el teodolito está lo suficientemente definida (una veleta, una antena, ...), de manera que será recuperable en cualquier observación posterior. El levantamiento topográfico en el sistema de referencia definido pasa por dotar de coordenadas a los puntos objeto de representación a partir del paso de las coordenadas polares observadas a coordenadas cartesianas, de acuerdo a las expresiones 1.3. De igual forma, el replanteo de puntos en terreno cuyas coordenadas se han obtenido a partir del resultado del levantamiento sobre la representación del diseño, se realiza a partir de las expresiones 1.6. El error introducido tanto en la planimetría como en la altimetría por la curvatura de las superficies equipotenciales se corrige a partir de modelos simple para las

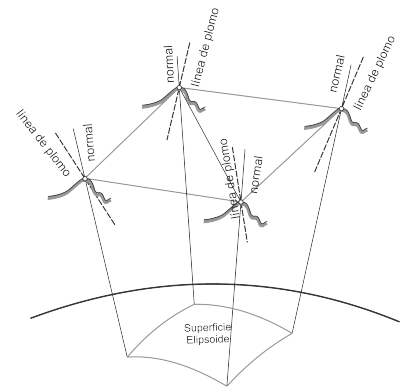


Figura 1.6: Implicaciones de la vertical en redes geodésicas terrestres

mismas, considerándolas habitualmente esféricas con un radio terrestre del orden de 6370 km. Esta sencilla forma de trabajo, útil en muchos trabajos de topografía expedita, no es válido en Geodesia, siendo necesario recurrir a métodos geodésicos de transporte de coordenadas.

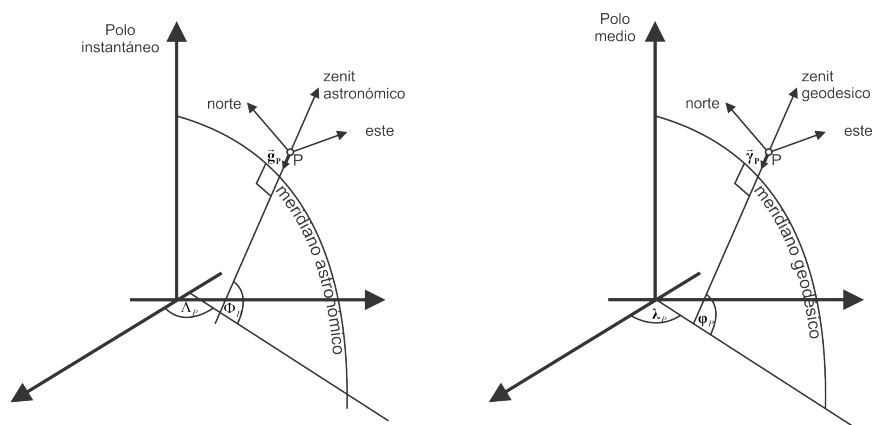


Figura 1.7: Sistemas de coordenadas astronómico local y geodésico local

El **Sistema Geodésico Local (SGL)** es similar al **SAL** excepto que la dirección del eje z viene determinada por la normal al elipsoide $\vec{\gamma}$ (ver fig.1.7), y se define como:

- Origen en el punto i de instalación, pudiendo corresponder al centro del instrumento de medición o a la materialización del punto en el terreno;
- Eje z según la dirección de la normal al elipsoide que pasa por i con sentido positivo hacia el exterior de la superficie del elipsoide;
- Eje y según la dirección resultante de la intersección del plano perpendicular al eje z con el plano que contiene al eje de rotación del elipsoide y al eje z , con sentido positivo al Norte geodésico, es decir, eje y según la dirección de la meridiana geodésica y sentido positivo al Norte.
- Eje x perpendicular a los dos anteriores con sentido positivo al Este geodésico, de manera que completa con los otros dos ejes una terna dextrógira (en el sentido de los punteros del reloj).

Es frecuente encontrar en la bibliografía que se denominen a las componentes en este sistema como e, n, u atendiendo a las direcciones East, North y Up en inglés.

Este sistema de coordenadas puede considerarse una aproximación del **SAL**, dado que la diferencia en dirección entre los ejes z y x depende del ángulo que forman en el punto origen, la

vertical astronómica y la normal, ángulo denominado **deflexión de la vertical**. Si el valor de la deflexión de la vertical no supera algunos segundos y la precisión del sistema de nivelación del instrumental de medición angular empleado es del mismo orden o inferior, ambos sistemas pueden utilizarse indistintamente en la mayoría de los casos sin pérdida de precisión.

Al igual que en el SAL, en el SGL el vector definido por el punto origen y cualquier otro punto observado con un instrumento se puede expresar en coordenadas polares o cartesianas, siendo la relación entre los incrementos en ambos sistemas similar a las expresiones presentadas para el SAL que relacionaban los correspondientes incrementos para el sistema de coordenadas astronómico local.

1.1.5 Sistema de Coordenadas Celeste

Los sistemas de coordenadas celestes son usados para definir las coordenadas de cuerpos celestes tales como las estrellas o quasar (Quasi Stellar Radio Source) y satélites. La distancia de la Tierra a la estrella más cercana es mayor que 10^9 del radio de la Tierra, por lo que las dimensiones de la Tierra son frecuentemente despreciables comparadas con las distancias hacia estos cuerpos celestes. Una segunda consecuencia de estas grandes distancias es que, aunque las estrellas se están moviendo a velocidades cercanas a la velocidad de la luz, para un observador sobre la Tierra, este movimiento es percibido como muy pequeño, y muy raramente excede un segundo de arco por año. En este contexto se introduce la esfera celeste, la cual es un modelo imaginario utilizado en Astronomía/Geodesia para representar la distribución de estrellas y otros objetos celestes en el cielo. Se considera una esfera imaginaria de tamaño infinito en la que se encuentran todas las estrellas y cuerpos celestes observables desde la Tierra. El concepto de la esfera celeste es una herramienta útil para describir y comprender la posición y el movimiento aparente de los objetos en el cielo. En este modelo, la Tierra se ubica en el centro de la esfera celeste, y los objetos celestes se proyectan sobre la superficie de la esfera. Por lo tanto la relación entre la Tierra y las estrellas puede ser fuertemente aproximada considerando a todas las estrellas equidistantes de la Tierra, sobre la superficie de la esfera celeste, cuya dimensión es tan grande que la Tierra puede considerarse como un punto sin dimensiones en el centro. Aunque este punto pueda ser sin dimensiones las relaciones entre direcciones sobre la Tierra y en el sistema solar pueden ser extendidas a la esfera celeste (Krakiwsky and Wells, 1974; Schödlbauer, 2000).

El eje de rotación terrestre es prolongado hasta intersectar a la

esfera celeste en el **Polo Norte Celeste** y en el **Polo Sur Celeste**.

El plano ecuatorial de la Tierra es extendido hasta intersectar a la esfera celeste en el **Ecuador Celeste**. La vertical de la gravedad a una estación sobre la Tierra es prolongada hacia arriba hasta intersectar la esfera celeste en el Cenit y hacia abajo hasta intersectar el Nadir. El plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol (el plano eclíptico) es extendido hacia afuera hasta intersectar a la esfera celeste en la **Eclíptica**. La línea de intersección entre el plano ecuatorial de la Tierra y el plano eclíptico es extendido hasta intersectar a la esfera celeste en el **Equinoccio Vernal** o primer punto de Aries y el Equinoccio de Otoño. El equinoccio vernal es el punto en el cual el Sol cruza el ecuador celeste de Sur a Norte (Krakiwsky and Wells, 1974).

Hay dos diferencias fundamentales entre los sistemas celestes y los sistemas terrestres u orbitales. La primera en los sistemas de coordenadas celestes son considerados solamente las direcciones y no las distancias. O sea, la esfera celeste puede ser considerada como la esfera unitaria y todos los vectores relacionados con ella son vectores unitarios. La segunda diferencia es que, la geometría celeste es esférica, mientras que en los sistemas terrestres y orbitales es elipsoidal, lo que simplifica las relaciones matemáticas involucradas. Existen varios sistemas de coordenadas celestes, sin embargo, el más importante es el sistema ecuatorial. En el sistema ecuatorial, las coordenadas de un cuerpo celeste son:

- **Ascensión recta (α)**

Es el ángulo medido en el plano ecuatorial celeste desde el punto vernal (γ , no confundir con la gravedad normal!) hasta la intersección del meridiano (círculo horario) del astro con el ecuador celeste (ver fig. 1.8). El dominio de valores de la ascensión recta es de 0 a 24 horas, donde 0 horas corresponde al punto de referencia conocido como el Equinoccio Vernal o Punto Aries.

- **Declinación (δ)**

Es el ángulo medido en el meridiano (círculo horario) que contiene el astro, que va desde el ecuador celeste hasta el astro (ver fig. 1.8).

1.1.6 Conversión entre coordenadas Geodésicas y Cartesianas

La conversión de coordenadas cartesianas (X, Y, Z) a coordenadas geodésicas (φ, λ, h) o viceversa, es una de las tareas básicas de la Geodesia. Las expresiones para el cálculo de coordenadas cartesianas a partir de las coordenadas geodésicas son:

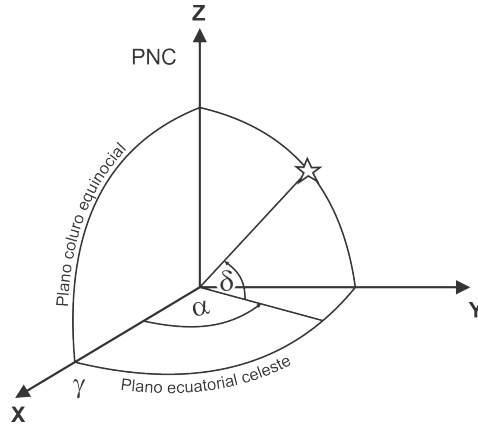


Figura 1.8: Sistema Ecuatorial

$$X = \frac{a \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \cos \lambda \quad (1.7)$$

$$Y = \frac{a \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \sin \lambda \quad (1.8)$$

$$Z = \frac{a \cdot (1 - e^2) \sin \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (1.9)$$

Donde a y e , son el semi-eje mayor y la primera excentricidad del elipsoide de referencia, respectivamente.

Por otro lado, la conversión inversa, o sea de coordenadas cartesianas a coordenadas geodésicas, no es tan simple. La longitud geodésica es la excepción y puede expresarse simplemente como:

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X} \quad (1.10)$$

Por otro lado, la latitud geodésica puede ser calculada por diferentes abordajes (para más detalles revisar (Heiskanen and Moritz, 1967; Borkowski, 1989; Fukushima, 2006, 1999)). Aquí sólo será presentada la formulación de Bowring (Bowring, 1976), esto es:

$$\psi = \arctan \left(\frac{aZ}{b\sqrt{X^2 + Y^2}} \right) \quad (1.11)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{Z + be'^2 \sin^3 \psi}{\sqrt{X^2 + Y^2} - ae^2 \cos^3 \psi} \right) \quad (1.12)$$

Donde ψ es una cantidad auxiliar (no confundir con la latitud geocéntrica), b el semi-eje menor, y e' la segunda excentricidad.

Finalmente, la altura elipsoidal viene dada por la siguiente expresión:

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \varphi} - N \quad (1.13)$$

Donde N es el radio de curvatura del primer vertical o normal mayor, definido como:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (1.14)$$

1.1.7 Conversión de coordenadas cartesianas 3D a topocéntricas

En varias aplicaciones del posicionamiento geodésico, es necesario representar esta de una forma en que pueda ser entendida e interpretada a partir de elementos geográficos, más allá que elementos convencionales como un sistema cartesiano tridimensional. Por ejemplo, cuando se hace el monitoreo de una región o de una estructura, los científicos e ingenieros estarán interesados en conocer en qué dirección se están desplazando las estaciones, y en ese caso será complejo identificar la orientación de los ejes cartesianos del sistema de coordenadas 3D, mientras que, es natural identificar los desplazamientos en las direcciones norte, este o hacia arriba/abajo. En este sentido, las coordenadas topocéntricas tienen una buena cabida.

La conversión desde coordenadas cartesianas tridimensionales (X, Y, Z) a coordenadas topocéntricas (geodésico local) (e, n, u) , no es directa, primero debe realizarse la conversión a coordenadas geodésicas (φ, λ, h) . La relación entre las coordenadas geodésicas y topocéntricas está dada por la siguiente expresión (Hofmann-Wellenhof et al., 2001):

$$\mathbf{x}_{enu} = \mathbf{R}_{CT}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i,0}) \quad (1.15)$$

Donde $\mathbf{x}_{enu}$ es el vector con las coordenadas e, n, u , $\mathbf{R}_{CT}$ es la matriz de rotación desde el sistema cartesiano 3D al sistema topocéntrico, y $\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0$ es la diferencia entre las coordenadas cartesianas del punto $\mathbf{x}_i$, y del punto origen $\mathbf{x}_0$. La matriz de rotación ($\mathbf{R}_{CT}$) es definida como:

$$\mathbf{R}_{CT} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_0 \cdot \cos \lambda_0 & -\sin \varphi_0 \cdot \sin \lambda_0 & \cos \varphi_0 \\ -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ \cos \varphi_0 \cdot \cos \lambda_0 & \cos \varphi_0 \cdot \sin \lambda_0 & \sin \lambda_0 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Donde φ_0, λ_0 son la latitud y longitud geodésica del punto de origen.

1.2 Principios del Posicionamiento

El término *posicionamiento* puede ser definido como la determinación de la ubicación espacial de los objetos. Esta

determinación puede ser con respecto a un sistema de coordenadas, el cual tiene un origen y la orientación de sus ejes bien definido. Este tipo de posicionamiento es conocido como *posicionamiento absoluto* o *posicionamiento puntual*. Por otro lado, la posición de un objeto podría ser determinada a partir de un punto conocido, considerado como origen de un sistema de coordenadas local, este tipo de posicionamiento se conoce como *posicionamiento relativo* o *posicionamiento diferencial*. En el posicionamiento absoluto, no es posible acceder directamente al origen o a los ejes de referencia, o sea se confía totalmente en la integridad de las coordenadas de las estaciones en el sistema de referencia. En general el origen es el geocentro, y la dirección de los ejes se definen por convención. Antes de la era satelital, la manera de obtener el posicionamiento absoluto era por medio de observaciones astronómicas. En la actualidad la forma más común de obtener la posición tridimensional, es por medio de métodos satelitales, esto puede ser esquematizado en la fig.

1.9.

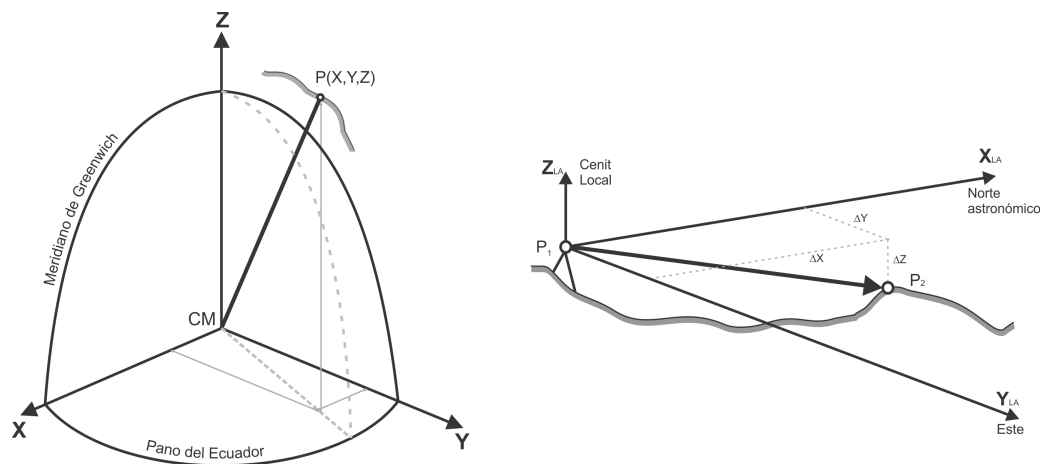


Figura 1.9: Posicionamiento Absoluto (panel izquierdo) y relativo (panel derecho)

Algunas técnicas de la Geodesia satelital pueden determinar la posición absoluta de un objeto estacionario con una precisión muy alta, como por ejemplo la técnica [SLR](#). Sin embargo, las coordenadas de una estación en un sentido absoluto se determinan con una precisión menor que la precisión de las mediciones mismas.

El *posicionamiento relativo* fue el modo utilizado en la Geodesia terrestre convencional. Aunque las coordenadas se expresan en términos de los tres componentes de coordenadas de un sistema de referencia global, se derivan de observaciones realizadas a puntos de control cercanos cuyas coordenadas son conocidas. En la Geodesia clásica, las coordenadas absolutas de una estación de "origen" o punto *datum* se asignan arbitrariamente y, por lo tanto, su relación con el geocentro es desconocida. Sin embargo, como resultado de los

levantamientos geodésicos de alta precisión, las coordenadas de otras estaciones se determinan con una precisión comparativamente alta, pero solo en un sentido relativo. Además, debido a que las tecnologías de posicionamiento terrestre convencionales se han utilizado en el pasado exclusivamente para determinar las líneas de base (vectores entre estaciones), la conexión entre puntos de la red se ha restringido a aquellas estaciones intervisibles.

En las técnicas de observación geodésica modernas e.g., [GPS/GNSS](#), la posición absoluta, en general, es un poco menos precisa que el posicionamiento relativo. Conceptualmente, la posición relativa es la diferencia entre los dos vectores de posición, expresada en un sistema de referencia local con origen en una de las estaciones terrestres. La mayoría de los errores en la posición absoluta son comunes a ambos conjuntos de coordenadas y, por lo tanto, se cancelan en gran medida desde los componentes de la línea de base. Por este motivo es que el posicionamiento relativo es en general preferido para aplicaciones de alta precisión (e.g., monitoreo de deformaciones de la corteza terrestre).

1.3 Preguntas y problemas propuestos

- 1.Cuál es la ventaja de usar coordenadas geodésicas (φ, λ, h) en relación a las coordenadas cartesianas (X, Y, Z) ?
2. Cuando se realiza un levantamiento topográfico desde una sola estación, y se obtienen las componentes topocéntricas x, y, z , estas coordenadas definen estrictamente un sistema de coordenadas astronómicas locales?. Por qué?
3. Si usted tuviese las coordenadas de dos levantamientos, uno en coordenadas geodésicas locales, y el otro en coordenadas astronómicas locales, es posible de compatibilizarlos?, Que información necesitaría?
4. Que instrumento(s)/sensor(es) permiten determinar las coordenadas astronómicas (Φ, Λ) en la actualidad?Cuál es la precisión esperada?

Sistemas de Referencia Geométricos

Los Sistemas de Referencia Geométricos son la base para la observación y cuantificación de los procesos en el Sistema Tierra, en el estudio de la rotación terrestre y el cálculo de las órbitas de los satélites, en el posicionamiento, en la navegación, en la realización del tiempo, y en la ingeniería (Seitz et al., 2014).

En la actualidad se utilizan dos Sistemas de Referencia Geométricos Convencionales, estos son: [ITRS](#) y [ICRS](#). Ambos sistemas son definidos y materializados por el [IERS](#).

En el caso de los Sistemas de Referencia Geométricos Terrestres, estos han ido cambiando a lo largo del tiempo, en términos de: cobertura, formulación matemática-física, materialización, dependencia temporal, etc. En un principio, los [SGRs](#) fueron desarrollados para apoyar las operaciones de navegación, y cartografía regional. La concepción clásica de los [SGRs](#) fue: de cobertura regional, origen topocéntrica, y estático. O sea, abarcando en los mejores casos un continente, con origen en un punto sobre la superficie topográfica como punto fundamental o *datum*, y sin tomar en consideración las variaciones temporales ante efectos geodinámicos.

Por otro lado, con la introducción de las técnicas de la geodesia satelital de alta resolución temporal y espacial, las ligeras variaciones temporales experimentadas por los fenómenos geofísicos, hidrológicos, atmosféricos, entre otros, fueron observados, e incorporados en la formulación de los [SGRs](#), tornándose así Sistemas de Referencia Geodésicos Cinemáticos. Además, con la contribución de algunas técnicas de la Geodesia espacial (e.g., [SLR](#), [VLBI](#), [GPS](#)), el origen fue definido como el centro de masa de la Tierra (Geocéntrico) y la orientación de los ejes fue definida globalmente.

Los [SGRs](#) están involucrados en diferentes escalas, y en la referencia de diferentes grandezas/parámetros asociados a la geometría, campo de gravedad o rotación de la Tierra. Por ejemplo, existen [SGRs](#) para definir: la posición de un cuerpo celeste en el espacio, un objeto sobre o próximo a la superficie de la Tierra, un satélite en relación al

centro de masa de la Tierra, una altura en relación a una superficie de referencia, un evento a una época de referencia, etc.

En este capítulo se abordarán los Sistemas de Referencia Terrestres y Celestes Convencionales.

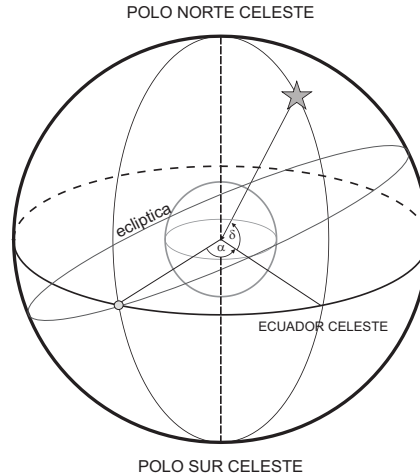
2.1 *El Sistema de Referencia Celeste Convencional*

Para describir el movimiento de cualquier cuerpo celeste, ya sea natural o artificial, las observaciones deben referirse a un sistema de coordenadas bien definido. Tal sistema se define a través de sus ejes, los cuales están fijos en el espacio o tienen un movimiento conocido con respecto a otro elemento que está fijo. El conjunto de ejes y demás parámetros involucrados, se denomina sistema de referencia celeste. Se requiere un sistema de este tipo para describir los movimientos de las galaxias, las estrellas, el sol, los planetas, la Tierra, las lunas y los satélites artificiales (Plag et al., 2009).

2.1.1 *Definición del ICRS*

El ICRS es un sistema inercial. Esto significa que las fuerzas de inercia no ocurren en un sistema de este tipo, y no tienen que ser modeladas. Además, el ICRS es un sistema de orientación, es decir, la posición de un objeto viene dada por dos ángulos: ascensión recta (α) y declinación (δ) (fig. 2.1). De acuerdo con las especificaciones de la 21a Asamblea General de la IAU, el ICRS fue concebido y adoptado por la IAU en la 23a Asamblea General en 1997 como el ICRS (Feissel and Mignard, 1998). El ICRS es descrito por las siguientes definiciones (Seitz et al., 2014):

- El origen del ICRS está en el baricentro del sistema solar.
- El polo celeste corresponde al polo medio en la época J2000 (01.01.2000, 12:00 (mediodía) Hora Universal (UT)) precedido por un modelo de precesión (Lieske et al., 1977) y un modelo de nutación (Seidelmann, 1982). Es coherente con el polo del catálogo de estrellas *Fifth Fundamental Catalogue* (FK5) (Hazard et al., 1971).
- El origen de la ascensión recta se define como cerca del equinoccio dinámico en J2000.0. El eje X del *International Celestial Reference Frame* (ICRF) se definió inicialmente en su materialización mediante la adopción de la ascensión recta media de 23 fuentes de radio, en un grupo de catálogos consistentes compilado mediante la fijación de la ascensión recta de la fuente 3C273B al valor del FK5 (IERS, 2010).



Además del ICRS, existe un **Geocentric Equatorial Inertial (Space-Fixed) System (GEIS)**, definido análogamente a la ICRS, pero con su origen en el geocentro. (ver fig.2.2 (Stolz, 2001).

2.1.2 Materialización del ICRS

La materialización del ICRS es el ICRF. Este consiste en posiciones (α, δ) de fuentes de radio extragalácticas. Las fuentes son, en la mayoría de los casos, cuásares muy distantes. La última materialización es la ICRF3 (ver fig. 2.3) (IERS, 2009). Esta nueva materialización da seguimiento a la materialización inicial del ICRF que se completó en 1997 y su sucesor se adoptó como reemplazo en 2009. El ICRF3, incorpora casi 40 años de datos adquiridos por VLBI en las radiofrecuencias geodésicas y astrométricas estándar (2,3 y 8,4 GHz), junto con observaciones adicionales recopiladas a frecuencias de radio más altas (24 GHz y doble Frecuencia 8.4/32 GHz) en los últimos 15 años. Se han utilizado modelos astronómicos y geofísicos de última generación para analizar estos datos y obtener posiciones del origen. El modelado integra por primera vez el efecto de la aceleración galactocéntrica del Sistema Solar que, si no se considera, produce una deformación significativa del marco debido al rango de tiempo de los datos.

El ICRF3 contiene posiciones para 4536 fuentes extragalácticas, medidas a 8.4 GHz, 303 de las cuales, distribuidas uniformemente en el cielo, se identifican como fuentes definitorias y como tales sirven para definir los ejes del marco. El marco se alinea en el ICRS con la precisión de ICRF2. Las posiciones son dadas para la época 2015.0 y deben propagarse para observaciones en épocas fuera de esa época, lo que representa una aceleración galactocéntrica de 0.0058

Figura 2.1: Sistema de coordenadas ecuatorial celeste

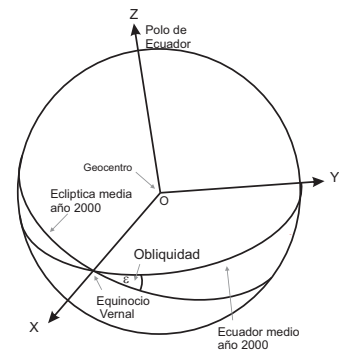


Figura 2.2: Sistema Geocentrico-Ecuatorial Inercial

milisegundo de arco (mas)/año, para las necesidades más precisas. El ICRF3 es el nuevo marco de referencia celeste fundamental adoptado por la IAU (<https://www.iau.org/>) en su XXX Asamblea General (20-31 de agosto de 2018) como reemplazo de ICRF2 a partir del 1 de enero de 2019 (IERS, 2023).

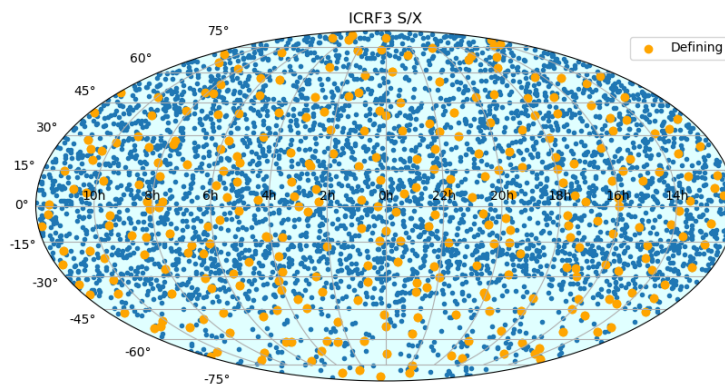


Figura 2.3: Mapa de fuentes extragalácticas de ICRF3 (IERS, 2023)

2.2 El ITRS

Un *CTRS* es un sistema de referencia espacial co-rotacional con la Tierra en su movimiento diurno en el espacio. En este sistema, las posiciones de los puntos unidos a la superficie sólida de la Tierra tienen coordenadas que se someten a sólo pequeñas variaciones con el tiempo, debido a los efectos geofísicos (e.g., deformaciones tectónicas o de mareas).

Un ejemplo de un *CTRS* es el caso del *ITRS* con su correspondiente materialización *ITRF*. El *ITRF* es el marco de referencia geodésico más preciso utilizado en la actualidad. El *CTRS* supervisado por el *IERS* se llama *ITRS* y se considera Un "sistema de referencia ideal" (Mueller, 1989).

2.2.1 Definición del ITRS

La definición del *ITRS* es resumida como:

- Origen: Centro de masa de la Tierra en largo plazo!, incluyendo el océano y la atmósfera.
- Escala: El metro
- Orientación: Coincidente con el sistema *Bureau Internationale de l'Heure (BIH)* 1984 ($\pm 3\text{mas}$).

- Evolución: La condición **No Net Rotation (NNR)** con respecto a la corteza. En otras palabras, la condición **NNR** implica condicionar el momento angular nulo (minimizar la energía cinética) en toda la Tierra (Ω):

$$h = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} dm = 0 \quad (2.1)$$

- Elipsoide: Geodetic Reference System 1980 **Geodetic Reference System 1980 (GRS80)**.

2.2.2 Materialización del ITRS

La materialización del **ITRS** es el **ITRF**, y tiene las siguientes características (**McCarthy, 1996**):

- Son utilizadas las técnicas de observación **VLBI**, **SLR**, **GPS** y **DORIS** (ver figura 2.4). Cada técnica de observación contribuye a la estimación de uno o más parámetros, esto es indicado en la tabla 2.1

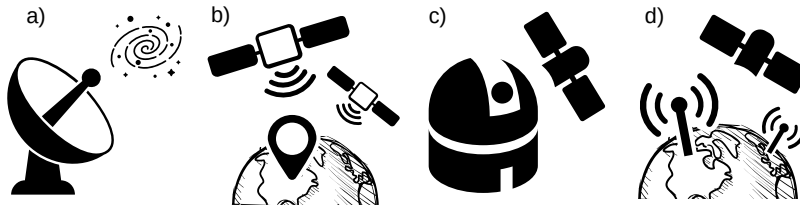


Figura 2.4: Técnicas geodésicas utilizadas en la materialización de los **ITRS**s. a) **VLBI**, b) **GNSS**, c) **SLR**, d) **DORIS**. Tomadas de <https://ggos.org/obs/>

Generalmente la combinación de multi-técnicas es realizada bajo el modelo de ajuste de mínimos cuadrados *Gauss Markov*, y los centros de combinación que proporcionan soluciones globales son: el **Institut national de l'information géographique et forestière (IGN)**, y el **Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut-TUM (DGFI)** de Alemania.

Técnica	Coord.	Coord.	Polo Terr.	EOP			Parám. implícitos	
	estación	fuelle		DUT ₁	LOD	Nutación	Origen	Escala
VLBI	X	X	X	X	X	X		X
SLR	X		X		X		X	X
GNSS	X		X		X			
DORIS	X		X		X			

Tabla 2.1: Sensibilidad de las técnicas geodésicas espaciales con respecto a los parámetros geodésicos relacionados con las realizaciones del **ITRS** y **ICRS**

- La materialización viene dada por las coordenadas $\mathbf{x}(t_0)$ y velocidades $\mathbf{v}(t_0)$, en la época t_0 de un gran número de estaciones, equipadas con al menos una de las técnicas de observación. Las diferentes realizaciones son denominadas $ITRF_{yyyy}$, donde el subíndice $yyyy$ representa el año.

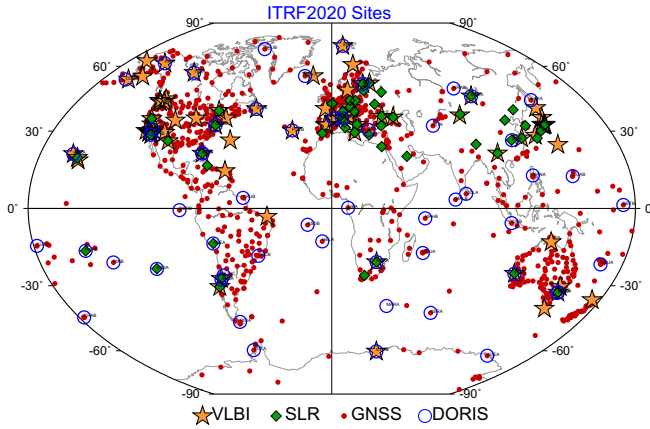


Figura 2.5: Estaciones ITRF2020 por cada técnica. Tomado de Altamimi et al. (2023)

La última realización del ITRF es el ITRF2020, y la fig. 2.5 presenta la distribución de las estaciones por cada técnica de observación.

Para garantizar el vínculo entre ITRFs, para toda aplicación geodésica, es esencial proporcionar a los usuarios los 14 parámetros de transformación, estos son publicados en las convenciones del IERS. La transformación que involucra los 14 parámetros es dada por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{x}_{d_i} = \mathbf{x}_{o_i} + \mathbf{T} + s\mathbf{x}_{o_i} + \mathbf{R}\mathbf{x}_{o_i} \quad (2.2)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{d_i} = \dot{\mathbf{x}}_{o_i} + \dot{\mathbf{T}} + \dot{s}\mathbf{x}_{o_i} + \dot{\mathbf{R}}\mathbf{x}_{o_i} \quad (2.3)$$

Donde d_i y o_i representan dos realizaciones, d representa el ITRF considerado como destino, y o el ITRF considerado como origen, para la estación i . Los términos $\mathbf{T}$, s , y $\mathbf{R}$ representan las traslaciones (T_X, T_Y, T_Z), escala, y rotaciones ($\mathbf{R}_X, \mathbf{R}_Y, \mathbf{R}_Z$), respectivamente, o sea 7 parámetros!. Además, el punto encima de cada término, representa las variaciones lineales (primera derivada en relación al tiempo), que son los restantes 7 parámetros.

Las coordenadas de una estación en una época arbitraria t , pueden ser obtenidas a partir del siguiente modelo:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_0) + \mathbf{v}(t - t_0) + \Delta\mathbf{x}_{i_t} \quad (2.4)$$

Donde t_0 es la época de referencia, $\mathbf{v}$ la velocidad de la estación, y $\Delta\mathbf{x}$ son correcciones debido a varios efectos dependientes del tiempo, tales como:

- Movimientos de las placas tectónicas
- Las mareas de la Tierra sólida
- Carga oceánica
- Carga atmosférica
- Deformación de rotación debido al movimiento polar
- Rebote postglacial (en ingles, Glacial Isostatic Adjustment-GIA)
- Efectos del instrumento (deformación de antena, el movimiento de los centros de fase de la antena, etc)

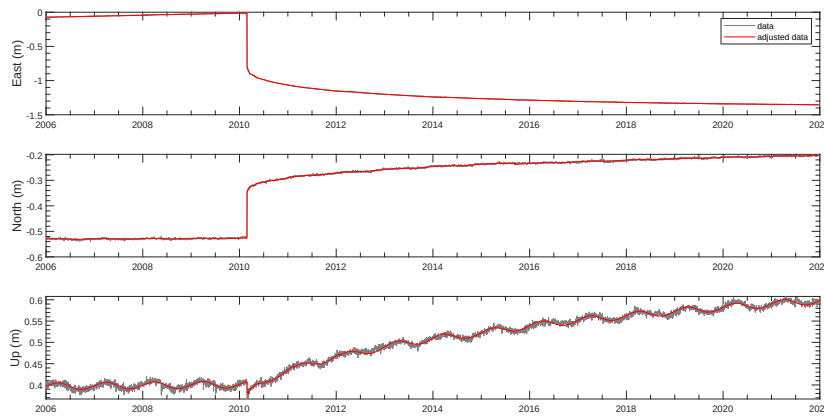


Figura 2.6: Serie temporal de la estación GNSS ANT. La línea gris indica las soluciones diarias, y la línea roja el modelo de trayectoria ajustado

Cabe señalar que, varios de estos efectos son modelados en una buena aproximación, principalmente aquellos que son estacionales o periódicos. No obstante, efectos no lineales (e.g., Terremotos) son complejos de modelar. En este contexto, se han propuestos modelos matemáticos que buscan modelar las velocidades, los saltos (efecto co-sísmico o cambios de antena), los ciclos, y las relajaciones post-sísmicas (en caso de grande terremotos). Cabe señalar que, el ITRF2014 (Altamimi et al., 2016), como el ITRF2020 Altamimi et al. (2023), modelan los movimientos no-lineales de las estaciones para las señales estacionales (anuales y semi-anuales), y efectos co/post-sismicos presentes en las series de tiempo de posición de la estación. Un modelo de trayectoria que considera los efectos no-lineales, utilizado en la actualidad es el siguiente (Bevis and Brown, 2014):

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^{n_p+1} p_i(t-t_r)^{i-1} + \sum_{j=1}^{n_j} b_j H(t-t_j) + \sum_{k=1}^{n_f} s_k \sin \omega_k t + c_k \cos \omega_k t + \sum_{i=1}^{n_T} a_i \log \left(1 + \frac{\Delta t_i}{T_i} \right) \quad (2.5)$$

Donde p_i , b_j , H , y s_k, c_k son la potencia máxima del polinomio, el término que caracteriza el salto en la época t_j , la función *heaviside*, y los coeficientes que caracterizan la amplitud de la señal en la frecuencia k , respectivamente. Además, los coeficientes a_i , y Δt_i caracterizan la relajación post-sísmica. La fig. 2.6 presenta un ejemplo para la estación GNSS ANTC, donde un modelo de trayectoria del tipo anterior es ajustado.

El ITRS fue desarrollado por la comunidad geodésica bajo los auspicios del IERS, un servicio de la IAG, para las aplicaciones científicas más exigentes. Las realizaciones más precisas del ITRS se llaman ITRF, donde las soluciones Multitécnica geodésicas son rigurosamente combinadas para formar el ITRF. No existe un único ITRF, sino más bien una serie de versiones actualizadas y mejoradas. Las versiones son identificadas por el año asociado a la fecha de los últimos datos utilizados en el análisis, y no deben ser confundidos con la fecha de aplicación. Las versiones más recientes son $ITRF_{1997}$, $ITRF_{2000}$, $ITRF_{2005}$, $ITRF_{2008}$ y $ITRF_{2014}$ (Altamimi et al., 2007, 2016, 2023). Generalmente, a medida que pasa el tiempo, hay menos necesidad de actualizaciones frecuentes, porque más tiempo es necesario para hacer mejoras significativas a través de la incorporación de nuevos datos y modelos. Sin embargo, para satisfacer los requisitos de precisión exigidos en la actualidad. Estas redes geodésicas sucesivas proporcionan una referencia común para comparar las observaciones y los resultados de diferentes lugares. Las cuatro técnicas geodésicas principales utilizadas para calcular coordenadas precisas son: GPS, VLBI, SLR y DORIS. Dado que la red de seguimiento equipado con los instrumentos de esas técnicas está evolucionando y el período de los datos disponibles aumenta con el tiempo, el ITRF se actualiza constantemente (Blewitt et al., 2010). Los marcos de referencia geodésicos comprenden las coordenadas de las estaciones (x) en una determinada época (t), y sus respectivas velocidades (v). Estas últimas describen el movimiento secular (de largo plazo) de la estación. Sin embargo, debido a la observación discreta o puntal y heterogénea con algún sensor geodésico (e.g., GNSS, SLR, DORIS, VLBI), no se tienen valores de velocidades en todos los lugares. En consecuencia, se han desarrollado una serie de modelos de velocidades, globales y regionales, para aplicaciones prácticas y científicas. Estos modelos, permiten monitorear la cinemática de los marcos de referencia. Algunos modelos de velocidades son presentados en la tabla 2.2. Para América del Sur, existe un modelo de velocidades asociado a Sistema de Referencia Geodésico para las Américas (SIRGAS), este es el *velocity Model for SIRGAS (VEMOS)*. La primera versión de VEMOS fue VEMOS2003, seguido por los modelos VEMOS2009, VEMOS2017, y VEMOS 2017

(Sánchez and Drewes, 2020).

País	Marco de Referencia	Modelo de velocidades
USA	NAD83(2011)	HTDP V3.2.9
Australia	GDA2020	Ninguno
Brasil	SIRGAS2000)	VEMOS2009
Canada	NAD83(CSRS)v7	CSRS velocity grid v7.0
Dinamarca	EUREF-DK94	NKG-RF03
Estonia	EST97	NKG-RF03
Finlandia	EUREF-FIN	NKG-RF03
Francia	RGF93V2	ITRF2014
Alemania	ETRS89-DR91(R16)	ITRF2014
Islandia	ISN2016	ISN2016
Nueva Zelanda	NZGD2000	NZGD2000 Deformation model
Noruega	EUREF89	NKG-RF03
Suecia	SWEREF99	NKG-RF03
Reino Unido	OSNetv2009	ITRF2014
Chile	SIRGAS Chile2016	VEMOS2017 (No oficial)

Tabla 2.2: Modelos de velocidades para diferentes países

Estos modelos son desarrollados a partir de las velocidades conocidas (estimadas) en las estaciones de observación, y algoritmos matemáticos para construir una superficie continua en la región de interés, por ejemplo, Colocación por mínimos cuadrados, polinomios, redes neuronales artificiales, etc. La aplicación práctica de estos modelos, consiste básicamente en la introducción de las coordenadas del punto de interés (X, Y, Z , o φ, λ), y entonces, el modelo entrega las velocidades en cada componente (V_X, V_Y, V_Z o V_φ, V_λ). Estos últimos años, también se han desarrollado modelos de deformaciones para regiones altamente tectónicas, los cuales permiten determinar parámetros de transformación entre coordenadas presísmicas y postsísmicas (deformadas), e interpolar movimientos superficiales que surgen de la tectónica de placas o deformaciones de la corteza en áreas donde no se tiene estaciones geodésicas.

2.3 Metodología para fijar el datum Geodésico

En primer lugar, se debe esclarecer que, en este capítulo se tratarán algunas recomendaciones para fijar el datum, para un sistema geocéntrico asociado a mediciones de la Geodesia espacial, no confundir con el concepto de datum no-geocéntrico, realizado por mediciones terrestres.

La materialización de un datum geodésico moderno podría llevarse por medio de una transformación de similitud a otros marcos de

referencia. Sin embargo, este enfoque no es un enfoque adecuado porque las deformaciones de la red en estaciones seleccionadas arbitrariamente cambian la definición del *datum*.

De acuerdo con [Drewes \(2012\)](#), una manera adecuada para fijar el datum geodésico es:

- Origen

Para fijar el origen al Geo-centro debe realizarse mediante un enfoque gravimétrico como método independiente de la red.

Recordando que el potencial gravitatorio expresado como sumatoria de funciones armónicas es definido como

([Hofmann-Wellenhof and Moritz, 2005](#)):

$$V = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \cdot \bar{P}_{nm} \cos \varphi \right] \quad (2.6)$$

Donde G , M , y a , son la constnate de Newton, la masa total de la Tierra, y el semi-eje mayor, respectivamente. $\bar{C}_{nm}$ y $\bar{S}_{nm}$ son los coeficientes armónicos completamente normalizados, n y m son el grado y orden respectivamente, y θ, λ, r son las coordenadas esféricas del punto de cálculo.

Por otro lado, desde la Teoría de Centros de Masa en Mecánica, el centro de masa de la Tierra es definido por:

$$X_0 = \iiint X \frac{dm}{M}$$

$$Y_0 = \iiint Y \frac{dm}{M} \quad (2.7)$$

$$Z_0 = \iiint Z \frac{dm}{M} \quad (2.8)$$

Los coeficientes armónicos esféricos de primer grado y orden del campo de gravedad de la Tierra expresan la posición del geocentro con el semieje mayor a como factor de escala:

$$C_{11} = \iiint X \frac{dm}{aM}$$

$$S_{11} = \iiint Y \frac{dm}{aM} \quad (2.9)$$

$$C_{10} = \iiint Z \frac{dm}{aM}$$

Entonces, si el modelo de campo de gravedad utilizado para la estimación de las coordenadas por métodos satelitales dinámicos considera $C_{11} = S_{11} = C_{10} = 0$, automáticamente el origen del sistema de coordenadas es el geocentro.

Las órbitas de los satélites siempre son geocéntricas a menos que se introduzcan restricciones adicionales. Las coordenadas geocéntricas de las estaciones terrestres se derivan de las coordenadas geocéntricas de los satélites utilizando, por ejemplo, por medio de mediciones de distancia [SLR](#).

La fijación del geocentro a través del campo de gravedad se mantiene en todo momento. Por lo tanto, es claro que no hay una evolución temporal del origen, este permanece siempre en el geocentro. Si se realiza de esta manera, se garantiza la estabilidad a largo plazo del marco de referencia.

Algunas de los fenómenos que generan cambios entre el sistema de referencia y el geocentro son presentados en la tabla 2.3.

Fuente	Magnitud	Movimiento inducido
Nivel del Mar	1.2 mm/y	0.064 ± 0.02 mm/y
Casquetas de hielo	2 mm/y	0.046 ± 0.20 mm/y
Tectónica	AMO-2	0.309 ± 0.05 mm/y
Rebote pós-glacial	ICE-3G	0.2 - 0.5 mm/y

Tabla 2.3: Posibles causas del cambio secular del geocentro con orden de magnitud esperado c.f. [Pavlis and Kuzmich-Cieslak \(2009\)](#)

■ La orientación

La orientación del sistema de coordenadas también podría realizarse por métodos gravimétricos a través de los ejes principales de inercia, que se expresan mediante los armónicos esféricos de segundo grado del campo gravitatorio (C_{21} , S_{21} , S_{22}). Sin embargo, en la actualidad, estos coeficientes no son determinados con suficiente precisión para este propósito. En un futuro, esta alternativa podría ser viable con las nuevas misiones satelitales gravimétricas. Por lo tanto, en la actualidad, la orientación debe fijarse de forma convencional (e.g., BIH84).

■ La escala

La escala debe fijarse de acuerdo a la definición de la unidad de longitud (metro) mediante la calibración de los instrumentos de medición y la reducción de los efectos atmosféricos. No hay evolución temporal de la escala, es siempre la misma unidad de longitud. Nunca se debe realizar una transformación de similitud entre redes en diferentes épocas considerando el parámetro de la escala.

2.4 Transformación entre ITRF y ICRF

El polo de rotación de la Tierra no es fijo en el espacio, debido principalmente a los movimientos de precesión y nutación por los torques ejercidos por los campos gravitacionales de la Luna y el Sol sobre el tambaleo ecuatorial. La precesión es el movimiento circular lento del polo de rotación con respecto al espacio inercial con un período de aproximadamente 26000 años. La Nutación es un movimiento más rápido, superpuesto a la precesión, y se compone de un número de oscilaciones que van desde un periodo de 14 días a 18.6 años. Ambos movimientos son predecibles con un alto grado de precisión. Cada uno produce un movimiento de ecuador instantáneo y equinoccio con respecto al ecuador fijo y el equinoccio de una época determinada. La precesión cambia la longitud celeste de un punto de la tierra en un 50 segundos de arco por año. La longitud celeste es la longitud en el sentido habitual, pero con respecto al ITRF. La nutación cambia tanto la longitud y latitud celeste en torno de 20 segundos de arco cada 18.6 años. La remoción de los efectos de la nutación produce un ecuador ficticio y equinoccio llamados *ecuador medio* para la época y *equinoccio medio* para la época.

Variación	LOD	Causas
secular	$2 \cdot 10^{-3}$ seg/siglo	fricción de marea
decadal	0.0007 seg/año	interacción manto-núcleo
anual	0.5 milisegundos	movimientos atmosféricos;mareas
semi-anual	0.3 milisegundos	
50-días	0.2 milisegundos	movimientos atmosféricos;mareas
mensual	0.5 milisegundos	
quincenal	0.5 milisegundos	
día a horas	0.1 milisegundos	

Tabla 2.4: Variación en LOD (Pinjian, 1994)

Dos movimientos adicionales deben aplicarse para relacionar los sistema de coordenadas celeste y terrestre. El primero es una rotación alrededor del polo celeste a través del ángulo entre el equinoccio y el meridiano de Greenwich. Aunque se trata de un ángulo y sus unidades son radianes o grados se denomina *Greenwich Apparent Sidereal Time (GAST)*. El segundo explica el hecho de que la posición del plano ecuatorial relativo a la corteza terrestre se desplaza ligeramente con el tiempo. Esto se conoce como Movimiento Polar o *Polar Motion*. El Movimiento Polar es demasiado irregular para ser predecible y, junto con cambios en la longitud del día - LOD, es determinado desde observaciones. Los gráficos de movimiento polar muestran una tendencia secular, un fuerte componente periódico,

conocido como *Chandler wobb*, con un período de 14 meses, y una componente con un período anual. La posición del polo instantáneo, con respecto al polo de referencia terrestre, viene dada por las coordenadas rectangulares, x_p, y_p , que se definen en el plano tangente al polo. El eje x está en la dirección del meridiano medio de Greenwich, y el eje y está dirigido a lo largo del meridiano de longitud 90°O . Estas coordenadas planas suelen expresarse como distancias esféricas (en miliarcosegundos-mas) en la esfera unitaria, lo que corresponde a rotaciones alrededor del eje respectivo del sistema de coordenadas geocéntricas (ver fig.

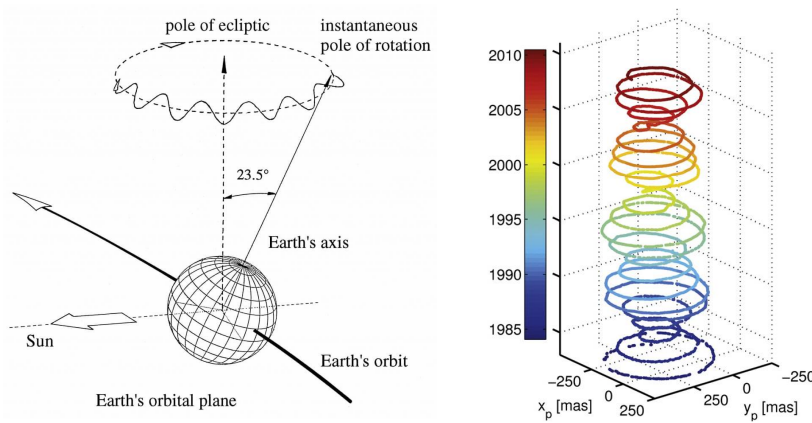


Figura 2.7: Movimiento del Polo (<https://ggos.org/item/earth-orientation-parameter/>)

La fig. 2.8 muestra la relación entre el **Conventional Inertial System (CIS)** y el **CTRS**, donde γ es el equinoccio vernal verdadero y G indica el observatorio de Greenwich (meridiano de referencia), por lo que los **Parámetros de Orientación Terrestres**, o en inglés **Earth Orientation Parameters (EOP)** hacen el vínculo entre el **CIS** definido por el Ecuador celeste verdadero y el equinoccio en la época T y el **CTRS** definidos por el Ecuador terrestre convencional (o medio).

Variación	x_p, y_p	Causas
secular	$0,003''/\text{year}$	interacción núcleo-manto
Chandler wobble	$0,15''$	eigenvalue
anual	$0,1''$	movimientos atmosféricos;mareas
semi-anual	$0,05''$	
mensual	pocos mili arco segundos	movimientos atmosféricos;mareas
quincenal		
días a horas		

Denotando las coordenadas de **ICRF** por el vector $\mathbf{x}_{ICRF}$ y las correspondientes coordenadas en el **ITRF** por el vector $\mathbf{x}_{ITRF}$, se tiene:

Tabla 2.5: Variación en Movimiento Polar (Pinjian, 1994)

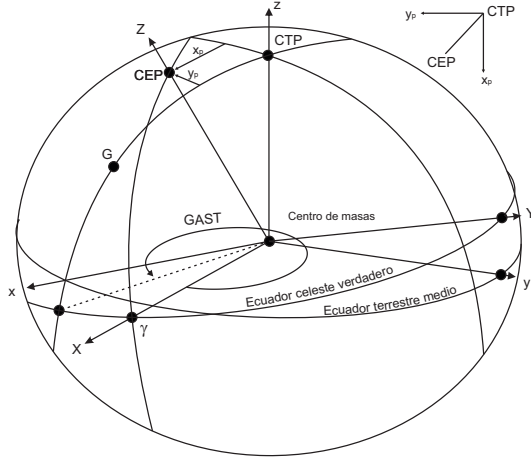


Figura 2.8: Definición de los EOP de la Tierra, y relación entre el Polo Convencional Terrestre (*Conventional Terrestrial Pole-CTP*) y el Polo Celeste de Efemérides (*Celestial Ephemerides Pole - CEP*)

$$\mathbf{x}_{ITRF} = \mathbf{W}\mathbf{T}\mathbf{N}\mathbf{P}\mathbf{x}_{ICRF} \quad (2.10)$$

Donde $\mathbf{W}$, $\mathbf{T}$, $\mathbf{N}$ y $\mathbf{P}$ son las matrices de movimiento del polo, $\mathbf{GAST}$, nutación, y precesión.

La transformación de coordenadas desde $\mathbf{ITRF}$ para $\mathbf{ICRF}$ es (Xu, 2007):

$$\mathbf{x}_{ICRF} = (\mathbf{W}\mathbf{T}\mathbf{N}\mathbf{P})^{-1}\mathbf{x}_{ITRF} = (\mathbf{P}\mathbf{N}\mathbf{T}\mathbf{W})^T\mathbf{x}_{ITRF} \quad (2.11)$$

■ Movimiento del polo

$$\begin{aligned} \mathbf{W} = \mathbf{R}_M = \mathbf{R}_2(-x_p)\mathbf{R}_1(-y_p) &= \begin{bmatrix} \cos x_p & \sin x_p \sin y_p & \sin x_p \cos y_p \\ 0 & \cos y_p & -\sin y_p \\ -\sin x_p & \cos x_p \sin y_p & \cos x_p \cos y_p \end{bmatrix} \\ &\approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.12)$$

■ Rotación de la Tierra

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}_S = \mathbf{R}_3(\mathbf{GAST}) \quad (2.13)$$

Donde,

$$\mathbf{GAST} = \mathbf{GMST} + \Delta\Psi \cos \varepsilon + 0,00264'' \sin \Omega + 0,000063'' \sin 2\Omega \quad (2.14)$$

En que $\mathbf{GMST}$ es el Tiempo Sideral Medio de Greenwich, Ω es la longitud media del nodo ascendente de la Luna.

■ Nutación

La matriz de Nutación consiste en tres matrices de rotación sucesivas (Leick, 2004)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{N} &= \mathbf{R}_N = \mathbf{R}_1(-\varepsilon - \Delta\varepsilon) \mathbf{R}_3(-\Delta\psi) \mathbf{R}_1(\varepsilon) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \Delta\psi & -\sin \Delta\psi \cos \varepsilon & -\sin \Delta\psi \sin \varepsilon \\ \sin \Delta\psi \sin \varepsilon_t & \cos \Delta\psi \cos \varepsilon_t \cos \varepsilon + \sin \varepsilon_t \sin \varepsilon & \cos \Delta\psi \cos \varepsilon_t \sin \varepsilon - \sin \varepsilon_t \cos \varepsilon \\ \sin \Delta\psi \sin \varepsilon_t & \cos \Delta\psi \sin \varepsilon_t \cos \varepsilon - \cos \varepsilon_t \sin \varepsilon & \cos \Delta\psi \sin \varepsilon_t \sin \varepsilon + \cos \varepsilon_t \cos \varepsilon \end{bmatrix} \\
 &\approx \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\psi \cos \varepsilon & -\Delta\psi \sin \varepsilon \\ \Delta\psi \cos \varepsilon_t & 1 - \Delta\varepsilon & \\ \Delta\psi \sin \varepsilon_t & \Delta\varepsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

Donde ε es la oblicuidad media del ángulo eclíptico de la época, $\Delta\psi$ y $\Delta\varepsilon$ son los ángulos de nutación en longitud y oblicuidad, $\varepsilon_t = \varepsilon + \Delta\varepsilon$, y

$$\varepsilon = 84381,448'' - 46,8150''T - 0,00059''T^2 + 0,001813''T^3$$

■ Precesión

La matriz de Precesión consiste en tres matrices de rotación sucesivas (Leick, 2004)

$$\begin{aligned}
 R_P &= R_3(-z) R_2(\theta) R_3(-\eta) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos z \cos \theta \cos \eta - \sin z \sin \eta & -\cos z \cos \theta \sin \eta - \sin z \cos \eta & -\cos z \sin \theta \\ \sin z \cos \theta \cos \eta + \cos z \sin \eta & -\sin z \cos \theta \sin \eta + \cos z \cos \eta & -\sin z \sin \theta \\ \sin \theta \cos \eta & -\sin \theta \sin \eta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

En que z, θ, η son los parámetros de Precesión y

2.5 Jerarquía de los Marcos Geodésicos de Referencia Terrestre

Durante las últimas dos décadas, casi todas las mediciones de una red geodésica (geométrica) son basadas en GNSS. El concepto de **jerarquía de una red**, implica que las redes más pequeñas son vinculadas a redes más extensas, considerando estas últimas más proximas a las posiciones “reales”.

Materialización	n° Estaciones	VLBI	SLR	GPS	DORIS	Solución Total
ITRF88	120	5	6	–	–	11
ITRF89	113	6	8	–	–	14
ITRF90	120	4	7	–	–	11
ITRF91	131	5	7	1	–	13
ITRF92	155	5	6	6	–	17
ITRF93	260	6	4	5	–	15
ITRF94	209	6	1	5	3	15
ITRF96	290	4	2	7	3	16
ITRF97	309	4	5	6	3	18
ITRF2000	477	3	9	6+8*	3	21+8*

El orden de las operaciones es siempre de lo grande a lo pequeño, primero se miden las redes más extensas, que luego se densifican con mediciones en un área más pequeña. La jerarquía de los Marcos Geodésicos de Referencia Terrestre puede ser sintetizada en la fig.2.9. O sea, en la cúspide de la pirámide se tiene un Marco Global (e.g., ITRF), el cual se conecta con el ICRF, y es establecido por multi-técnicas de la Geodesia espacial (ver tabla 2.6). Además, estos marcos estan dados por un sistema de observacion continuo en el tiempo, combinandose así largas series temporales de multi-tecnicas geodésicas co-localizada¹ en el proceso de estimación de parámetros para el establecimiento de los sistemas geodésicos de referencia global.

Los marcos de referencia terrestres globales están seguido por los marcos regionales o continentales (ver tabla 2.7), los cuales abarcan un conjunto de países, y son establecidos basicamente por una red GNSS, que en general son redes de operación continua (ver tabla 2.7). Otra diferencia entre un marco de referencia regional y uno global (e.g., ITRF) es que las velocidades de la estación pueden darse con respecto a la placa tectónica dominante abarcada por el marco regional y no una condición NNR. Este enfoque minimiza las velocidades de la estación. Los marcos regionales no limitados por el movimiento de una sola placa tectónica están estrechamente alineados con el ITRF (Stanaway, 2017).

Además de los marcos de referencia regionales, cada país cuenta

Tabla 2.6: Información general de las realizaciones ITRF compilados por la sección sistema de referencia terrestre IERS, IGN France, desde ITRF88 hasta ITRF2000. Los valores por cada técnica indican las co-localizaciones. Tomado de Angermann et al. (2013).

¹ co-localizada: es el término utilizado para referirse a la vinculación de las diferentes técnicas geodésicas a una misma marca

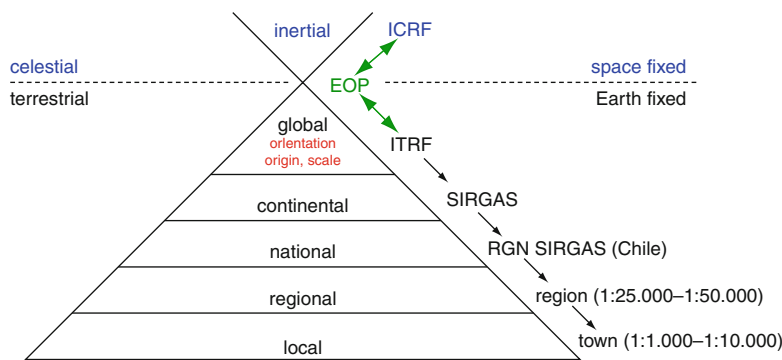


Figura 2.9: Jerarquía de los Sistemas Geodésicos de Referencia Terrestre. Tomado de Hase (2011)

Marco	Nombre	Elipsoide
Africa	African Geodetic Reference Frame (AFREF)	WGS84
Asia	Asia and Pacific Regional Geodetic Project (APRGP)	GRS80
Europa	European Reference Frame (EUREF)	GRS80
Américas	Sistema de Referencia Geodésico para las Américas (SIRGAS)	GRS80
Norteamérica	North American Datum of 1983 (NAD 83)	GRS80

Tabla 2.7: Marcos de referencia continentales

con su propia materialización del sistema de referencia geodésico, esta relación es denominada de marco de referencia nacional (e.g., SIRGAS-CHILE). Estas últimas redes, suelen basarse en observaciones GNSS, de campaña y/o de observación continua. Y finalmente, las redes que ocupan el nivel menor dentro de esta pirámide son las redes catastrales o redes que cubren por ejemplo un municipio. Estas últimas muchas veces son la combinación de trilateraciones y poligonales terrestre con posicionamiento GPS (e.g., Red Geodésica de la Ciudad de Los Angeles).

En términos generales, los métodos utilizados para la medición de redes geodésicas de diferentes extensiones son presentados en la tabla 2.8.

Extensión	Método clásico	Método Moderno
Global	-	GNSS, VLBI, SLR, DORIS
1000km	-	GNSS Continuas
100km	triangulación (1 orden)	GNSS, Densificación SIRGAS-CHILE
10km	triangulación (bajos ordenes)	GNSS
1km	Poligonales, aerotriangulation	GNSS, aerotriangulation.

Tabla 2.8: Métodos y extensiones de redes Geodésicas

2.6 Datum Geodésico

En esta sección, se tratará el concepto de **datum** para un sistema cartesiano tridimensional (global) y para las antiguas redes geodésicas bidimensionales u horizontales (local).

Se denomina *datum* geodésico al conjunto mínimo de parámetros que permiten definir de forma única la situación, orientación y constantes físicas de un sistema de referencia geodésico.

Evidentemente, un sistema de referencia geodésico puede tener varios *datum* equivalentes que lo definan. Existen diferentes formas de definir un sistema de referencia geodésico:

- Dando la situación del origen y orientación de los ejes.
- Mediante un conjunto de puntos de coordenadas conocidas.
- A través de unos parámetros de transformación que permitan relacionarlo con un sistema de referencia anteriormente definido.

La primera forma de situar el *datum* es, una definición física del sistema, ya que exige la utilización de ciertos modelos físicos (esta definición es la usada en los SGR globales!). Por el contrario, los dos últimos puntos reflejan las formas habitualmente empleadas en Geodesia para hacerlo (en escalas menores!, e.g., SIRGAS-CHILE). Desde el punto de vista geométrico, la definición de unos ejes cartesianos pasa por fijar seis parámetros: tres coordenadas para situar el origen y tres giros para situar los ejes. Por tanto, prescindiendo de la superficie de referencia y de las constantes físicas, el número de parámetros que constituye el *datum* es seis. En el supuesto de redes planimétricas, se introduce el concepto de *datum* horizontal. El *datum* horizontal consiste en un elipsoide de referencia convenientemente orientado en el espacio. La forma y tamaño del elipsoide se define por ejemplo a partir de dos constantes geométricas, el semieje mayor a y el achatamiento f . La forma tradicional de orientar un elipsoide en el espacio consiste en establecer en el denominado punto fundamental, de coordenadas (Φ, Λ, H) , los siguientes parámetros (García-Asenjo and Hernández López, 2005):

- Latitud geodésica del punto fundamental (φ_0)
- Longitud geodésica del punto fundamental (λ_0)
- Altura elipsoidal del punto fundamental (h_0)
- Deflexión de la vertical en la dirección del meridiano (ξ_0)

- Deflexión de la vertical en la dirección del primer vertical (η_0)
- Acimut geodésico a otro punto de la red (α_0)

Adicionalmente, con propósito de asegurar el paralelismo entre el eje menor del elipsoide y el eje Z del sistema cartesiano geocéntrico, se impone el cumplimiento de las siguientes ecuaciones en el punto fundamental:

$$\Phi_0 - \varphi_0 = \xi_0 \quad (2.17)$$

$$(\Lambda_0 - \lambda_0) \cos \varphi_0 = \eta_0 \quad (2.18)$$

Donde Φ_0, Λ_0 y φ_0, λ_0 son las coordenadas astronómicas y geodésicas en el punto fundamental respectivamente, y ξ_0, η_0 son las componentes de la deflexión de la vertical en el punto fundamental. Bajo estas condiciones, en cualquier punto de la red se cumple la *Ecuación de Laplace* que relaciona acimutes astronómicos y geodésicos (Rapp, 1993)

$$A_{ij} - \theta_{ij} = \eta_i \tan \varphi_i + (\xi \sin \alpha - \eta \cos \alpha) \cot \zeta \quad (2.19)$$

Donde ζ es la distancia cenital astronómica.

Conviene destacar que, para trasladar la posición planimétrica en una red observada únicamente se necesita conocer las coordenadas geodésicas de un punto y un acimut de partida, si se asume que la métrica (escala) viene definida por el instrumental utilizado en las mediciones.

Los seis parámetros topocéntricos $\varphi_0, \lambda_0, h_0, \xi_0, \eta_0$ y α_0 equivalen a los seis parámetros que definen el datum en un sistema cartesiano geocéntrico: tres traslaciones y tres rotaciones. Sin embargo, ambos grupos de parámetros no pueden relacionarse de forma directa.

2.7 Sistemas Geodésicos de Referencia Topocéntricos

Antes de la implementación de los SGRs globales, se utilizaban los sistemas de referencia topocéntrico, los cuales se asocian a un *datum* local. Además, estos sistemas de referencia son estáticos, o sea sus coordenadas no cambian en el tiempo. En este tipo de sistemas de referencia, se define un punto fundamental, en el cual se determinan los parámetros necesarios para la orientación (dirección) y el origen de un sistema de coordenadas (e.g., Bogotá, Chúa, Inchauspe, La Canoa) ver fig.2.10. Además, las coordenadas del origen se determinaban normalmente, por posicionamiento astronómico. La orientación, por un azimut astronómico y la asignación de la deflexión de la vertical igual cero, o se determinaba por métodos astro-gravimétricos. La escala se deriva de una línea base medida, precisamente, por observaciones adecuadas (e.g., distancia por mira invar). Desde este punto fundamental se densificaba la red por triangulación ² o por trilateración ³ sobre toda la región de interés.

Los sistemas clásicos se limitan, normalmente, a dos dimensiones (Latitud y longitud o Norte y Este), y la altura se determina por con respecto a un sistema de referencia vertical, independiente del horizontal (Drewes and Sánchez, 2004).

² Tipo de estructura geodésica horizontal basada en la medición de ángulos

³ Tipo de estructura geodésica horizontal basada en la medición de distancias

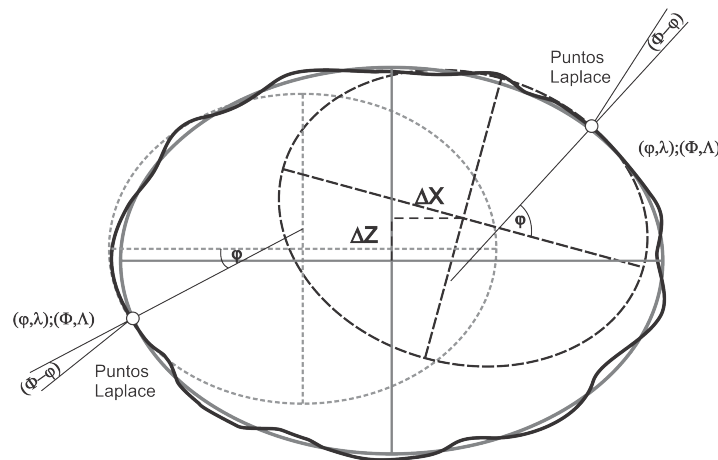


Figura 2.10: Sistemas Geodésicos de Referencia Locales

Ejemplos de *datum* Topocéntricos son:

- *Preliminary South American Datum 1956* (PSAD56):
Establecido por coordenadas astronómicas y la deflexión de la vertical en La Canoa, Venezuela, referidas al elipsoide Hayford. Desviación del geocentro: $\Delta X = -288m$, $\Delta Y = 175m$, $\Delta Z = -376m$.
- *South American Datum 1969* (SAD69):

Establecido en Chúa, Brasil, referidas al elipsoide Internacional de 1967.

Desviación del geocentro: $\Delta X = -57m$, $\Delta Y = 1m$, $\Delta Z = -41m$.

- *North American Datum 1983* (NAD83):
Cálculo de compensación de mediciones astronómicas, Doppler y VLBI referidas al elipsoide GRS80.
Desviación del geocentro: $\Delta X = 1,0m$, $\Delta Y = -1,9m$; $\Delta Z = 0,5m$.

La materialización de los Sistemas Geodésicos de Referencia Topocéntricos fueron redes basadas principalmente en triangulaciones y trilateraciones, y para América del Sur, estas redes son presentadas en la fig. 2.11.

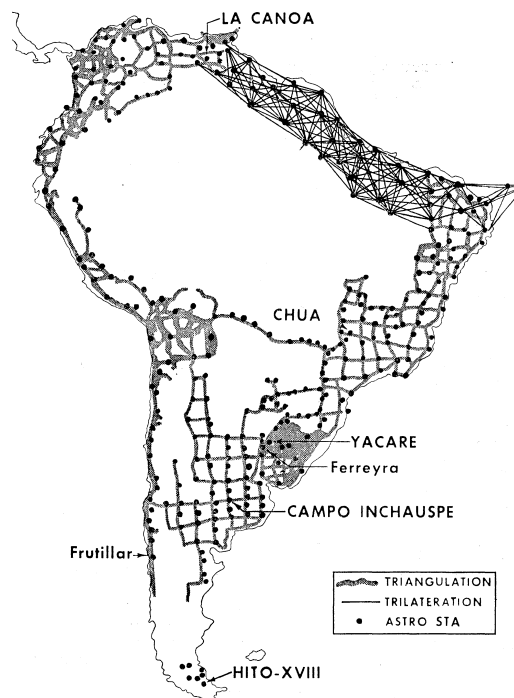


Figura 2.11: Redes Geodésicas Clásicas en Chile y Sudamérica. Tomado de Fischer (1970)

2.8 Sistemas y Marcos de Referencias Geométricos utilizados en Chile

El [Instituto Geográfico Militar de Chile \(IGM\)](#) es órgano oficial encargado de proporcionar un marco de referencia geodésico moderno, único y homogéneo, tanto para la defensa como para otros ámbitos del desarrollo nacional ([IGM, 2022](#)).

En los últimos 60 años, en Chile se han utilizados los siguientes [SGRs](#):

- Hito XVIII

- Provisional South American Datum of 1956 (PSAD56)
- South American Datum 1969 (SAD69)
- SIRGAS

Los tres primeros sistema de referencia son de tipo topocentricos, regionales, y estáticos. En el caso de Hito XVIII, fue establecido el año 1963, con el propósito de apoyar los trabajos geodésicos y cartográficos, localizados al sur de la latitud $-45^{\circ}30'$, empleando el elipsoide de referencia Internacional 1924 de Hayford, y el punto datum localizado en Tierra del Fuego.

En el caso del sistema de referencia PSAD56, fue establecido en el año 1956, tiene su punto fundamental en La Canoa, Venezuela, y también utiliza el elipsoide de referencia Internacional de 1924. Este sistema de referencia fue materializado a partir de redes de triangulación, y abarca la región entre las latitudes $-17^{\circ}30'$ y $-43^{\circ}30'$. El PSAD56 fue utilizado principalmente para producir la cartografía regular en las escalas 1 : 50,000 y 1 : 100,000.

El SAD69 es un sistema de referencia topocéntrico regional, establecido el año 1969, y recomendado para el uso de los países sudamericanos por parte del Comité de Geodesia reunido en la XI Reunión Panamericana de consulta sobre Cartografía. El SAD69 tiene su punto datum en Chua (Brasil), utiliza el elipsoide de referencia Sudamericano de 1969, y es empleado entre $-43^{\circ}30'$ y -56° . En Chile fue utilizado para la elaboración de la cartografía regular a escala 1 : 50,000 y 1 : 100,000. Además, la materialización del SAD69 fue principalmente mediante redes de trilateración. El proyecto datum sudamericano fue dividido en dos partes (Fischer, 1973):

1. Establecimiento de un sistema geodésico tal que el respectivo elipsoide tuviese una buena adaptación regional al geoide;
2. Ajuste de un red planimétrica de ámbito continental referenciada al sistema definido.

En el SAD69, la orientación fue definida por posicionamiento astronómico, y cumpliendo las siguientes condiciones en el punto datum:

- Coordenadas astronómicas
 $\Phi_0 = -19^{\circ}45'41,34''$ y $\Lambda_0 = -48^{\circ}06'07,80''$
- Coordenadas geodésicas
 $\varphi_0 = -19^{\circ}45'65,27''$ y $\lambda_0 = -48^{\circ}06'04,0639''$
- Azimut astronómico al vértice Uberaba $A_0 = 271^{\circ}30'05,42''$
- Azimut geodésico al vértice Uberaba $\alpha_0 = 271^{\circ}30'04,05''$

- Ondulación geoidal nula ($N_0 = 0$)
- La componentes de la deflexión de la vertical
 $\xi_0 = 0,31''$, y $\eta_0 = -3,52''$

Las redes de Triangulación y Trilateración fundamentales en Chile puede ser vista en la fig.2.12.

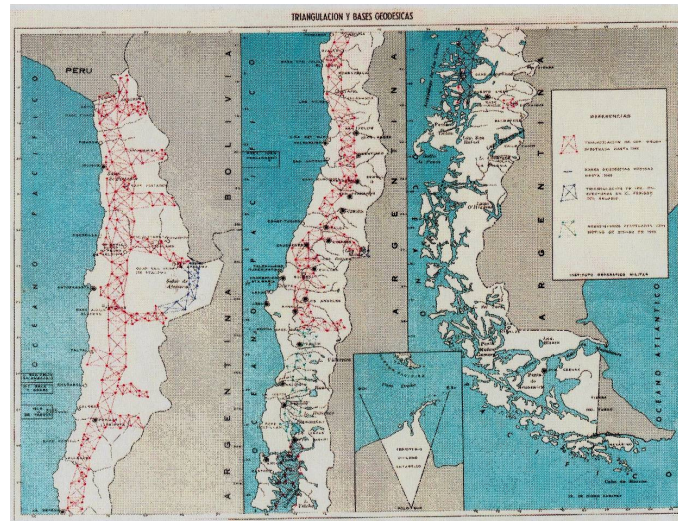


Figura 2.12: Redes Geodésicas Clásicas en Chile (IGM, 1966)

El [SGR](#) más reciente utilizado en Chile es [SIRGAS](#). El proyecto [SIRGAS](#) comenzó en octubre de 1993, en una reunión celebrada en Asunción (Paraguay), con el objetivo de establecer un sistema de referencia geocéntrico para América del Sur. La definición de [SIRGAS](#) es idéntica a la del [ITRS](#), y su materialización es una densificación del [ITRF](#).

Hasta hoy, las realizaciones de [SIRGAS](#) son ([SIRGAS](#), 2022):

1. [SIRGAS95](#): una red [GPS](#) de alta precisión con 58 estaciones distribuidas sobre América del Sur, cuyas posiciones se refieren al [ITRF94](#), época 1995.4. La precisión de esta materialización oscila entre ± 3 y ± 6 mm.
2. [SIRGAS2000](#): una red [GPS](#) de 184 estaciones distribuidas sobre Norte, Centro y Sudamérica, cuyas posiciones se refieren al [ITRF2000](#), época 2000.4. La precisión de esta materialización está entre ± 3 y ± 6 mm.
3. Red [SIRGAS](#) de operación continua o [SIRGAS-CON](#): una red de estaciones [GNSS](#) de operación continua que es procesada semanalmente para la determinación de coordenadas instantáneas y soluciones multianuales del marco de referencia. Las posiciones semanales de las estaciones y las soluciones

multianuales se refieren a la versión del [ITRF](#) en uso cuando los datos [GNSS](#) son procesados. La precisión media de estas soluciones en la época de referencia es de alrededor de ± 1.2 mm en las componentes Norte y Este y de unos ± 2.5 mm en la altura. La precisión media de las velocidades de las estaciones se estima en ± 0.7 mm/a en la componente Norte y Este y en ± 1.1 mm/a en altura.

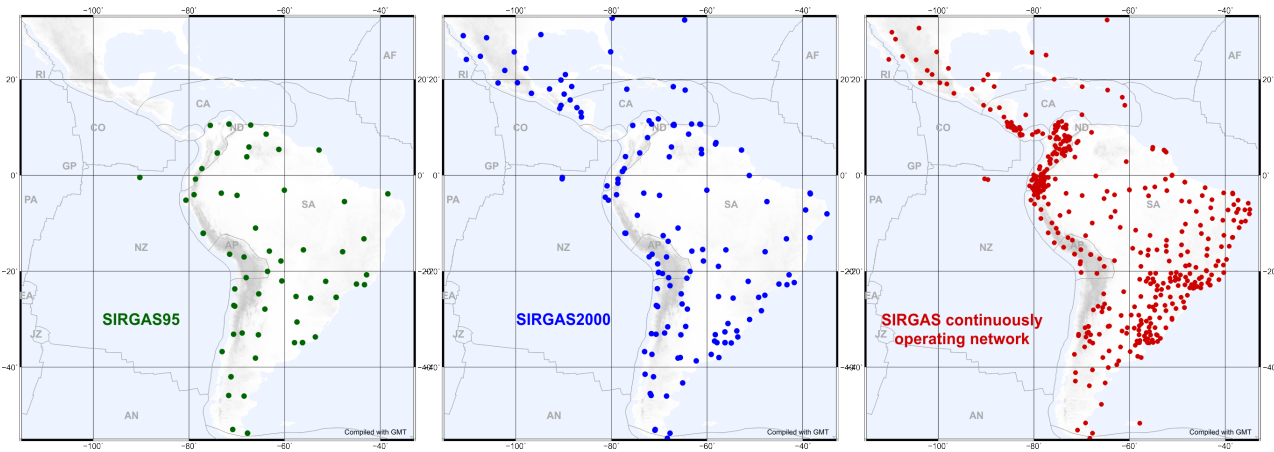


Figura 2.13: Realizaciones SIRGAS (SIRGAS, 2022)

Hasta el año 2001, la sigla de SIRGAS fue *Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur*, luego fue expandido para América, entonces su sigla quedó como *Sistema de Referencia Geocéntrico para las AméricaS*, y a partir del 2020 recibió el nombre de *Sistema de Referencia Geodésico para las AméricaS*. Este último, es un sistema integrado, que involucra la red geométrica, las alturas, y gravedad. Cabe destacar qué, para las realizaciones de SIRGAS95 y SIRGAS2000, Chile adoptó directamente parte de la red SIRGAS, sin tener su propia materialización, y posteriormente adoptó las realizaciones llamadas SIRGAS-CHILE, presentadas en la [tabla 2.9](#).

Características	Solución 1	Solución 2	Solución 3	Solución 4	Solución actual
Sistema	SIRGAS	SIRGAS	SIRGAS	SIRGAS	SIRGAS
Marco	ITRF 2000	IGSo8	IGbo8	IGbo8	IGb14
Elipsoide	GRS-80	GRS-80	GRS-80	GRS-80	GRS-80
nº estaciones	580	120	130	200	111
Época ajuste	2002.0	2010.0	2013.0	2016.0	2021.0

Tabla 2.9: Realizaciones SIRGAS-Chile

Cabe destacar que, [IGS](#) e [IGb](#) son marcos de referencia asociados con la técnica [GNSS](#), y que en principio son denotadas como [IGS](#)

con el respectivo año (e.g., IGS08), pero luego de alguna mejora, por ejemplo en el modelamiento de las variaciones del centro de fase de las antenas, este marco de referencia se actualiza, y surge un nuevo marco denotado como IGB con el año correspondiente (e.g., IGB08). Estos anuncios de cambio de marcos de referencia son hechos vía el IGS mail, al que todo usuario interesado puede suscribirse.

En Chile se han adoptado varias materializaciones (soluciones) de la red SIRGAS-CHILE, esto dado principalmente la alta actividad sísmica, que de manera permanente deforma la red geodésica.

La distribución geométrica de las estaciones de la red SIRGAS-CHILE hasta enero de 2023 es presentada en la fig. 2.14 (IGM, comunicación personal).

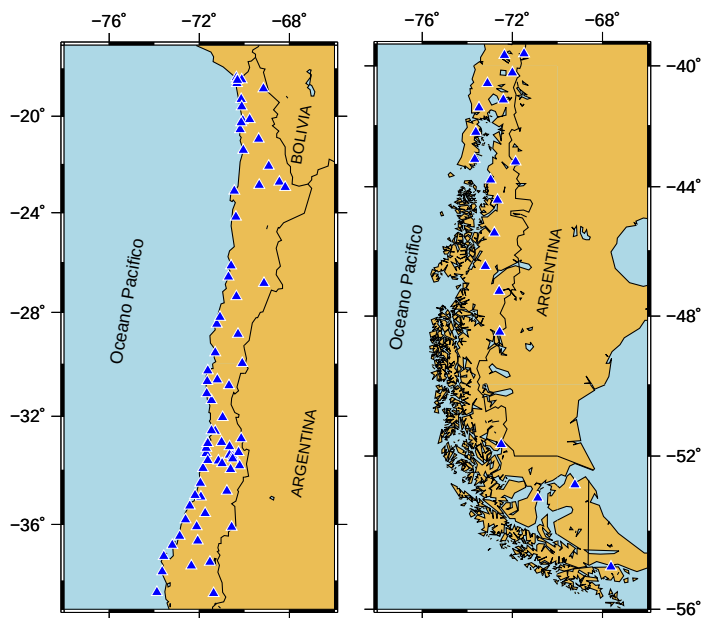


Figura 2.14: Red SIRGAS-CHILE. Los triángulos azules representan las estaciones GNSS

Entonces, la definición de SIRGAS-CHILE es idéntica al ITRS, y su materialización es una densificación regional (Nacional) del ITRF en América Latina, basada principalmente en GNSS. El uso de SIRGAS fue recomendado por la Organización de las Naciones Unidas en su Séptima conferencia Cartográfica de las Américas, celebrada el 22-26 de enero de 2002 en Nueva York, y adoptado por el IGM como sistema de referencia oficial en el año 2002 (IDE, 2022).

Con la recomendación del uso un SGR geocéntrico en Chile (i.e., SIRGAS) a partir del 2002, comienza un periodo de transición, en el cual es necesario transformar las coordenadas de las estaciones en los diferentes datums adoptados en Chile (e.g., PSAD56, SAD69, SIRGAS). En teoría, esta situación podría ser resuelta por algún modelo de transformación de datum (e.g., Helmert, Molodetskii, etc.),

dependiendo de la aplicación. Además, el IGM proporcional parámetros transformación (traslaciones) entre los SGRs utilizados en Chile, adecuados principalmente para aplicaciones cartográficas.

2.8.1 *Elipsoides GRS80 y WGS84*

La tecnología moderna de los satélites ha mejorado en gran medida la determinación del elipsoide que se ajuste mejor a la Tierra. Como se muestra en la tabla ??, el semieje mayor del elipsoide Internacional 1924 es 251 m más grande que para el elipsoide GRS80 o World Geodetic System 1984 (WGS84), los cuales representan el mejor sistema de referencia geodésico mundial actual para la Tierra. El WGS84 fue diseñado para servir como sistema de referencia para el GPS. El WGS84 además, es un sistema de referencia terrestre convencional. Al seleccionar el elipsoide WGS84 y los parámetros asociados, el comité original de desarrollo del WGS84 decidió adherirse estrechamente al enfoque de la International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) en el establecimiento y adopción de GRS80.

El GRS80 tiene cuatro parámetros que lo definen: el semieje mayor ($a = 6378137m$), la constante gravitacional geocéntrica de la Tierra incluyendo la atmósfera ($GM = 3986005 \cdot 10^8 m^3/s^2$), el factor dinámico de forma ($J_2 = 108263 \cdot 10^8$) de la Tierra excluyendo la deformación permanente de las mareas, y la velocidad angular ($\omega = 7292115 \cdot 10^{-11} rad/s$) de la Tierra (Moritz, 1984). Además de los mismos valores de a y ω como GRS80, el actual WGS84 utiliza tanto una determinación mejorada de la constante gravitacional geocéntrica ($GM = 3986004,418 \cdot 10^8 m^3/s^2$) y, como uno de los cuatro parámetros que definen, el recíproco al achatamiento en lugar de J_2 ($1/f = 298,257223563$). Este achatamiento se deriva del coeficiente zonal gravitacional normalizado de grados 2 (C_{20}) a través de una, la expresión rigurosa aceptado, y resultó ligeramente diferente de la GRS 80 aplanamiento porque el valor C_{20} se trunca en el proceso de normalización. Las pequeñas diferencias entre el elipsoide GRS80 y el vigente WGS84 tienen prácticamente ninguna consecuencia práctica para el posicionamiento.

2.9 *Sistema de Referencia Geodésico Global*

Se alerta al lector que, esta sección involucra conceptos que serán revisados en el capítulo 3, por tanto, para aquellos que no tienen un dominio básico de los sistemas de alturas, ni de los sistemas de referencia para la gravedad, se recomienda saltar esta sección, y retomarla más tarde. Debido a la corta extensión de este apartado,

se consideró dentro de los SGR Geométricos, aún sabiendo que el [Global Geodetic Reference System \(GGRS\)](#) involucra también las componentes físicas.

La llegada de la era espacial ha propiciado una revolución en el ámbito de los Marcos y Sistemas de referencia geodésicos. Los SGRs que solían basarse en características locales han sido gradualmente reemplazadas por SGRs globales. Un aspecto significativo de este cambio es que ya no es posible separar de manera clara los elementos meramente geométricos de los aspectos físicos de la Tierra, y la creación del Sistema de Observación de la Tierra (en inglés *Earth Observing System-EOS*) respalda esta afirmación ([Dalazoana and De Freitas, 2020](#)).

El Comité de Expertos de la ONU sobre Gestión de Información Geoespacial Global (UN-GGIM) reconoció desde su inicio la creciente demanda de servicios de posicionamiento precisos, la importancia económica, científica, y social, de un Marco de referencia geodésico global ([Global Geodetic Reference Frame \(GGRF\)](#)) y la necesidad de mejorar la cooperación global dentro de la Geodesia.

El [GGRS/GGRF](#) ha sido pensado y desarrollado para apoyar la fuerte demanda de aplicaciones de posicionamiento, navegación, cronometraje, cartografía y en las geociencias. Es un desarrollo esencial para una determinación fiable de los cambios en el Sistema Tierra, la gestión de desastres naturales, el aumento del nivel del mar y el Cambio Climático, entre otras temáticas. El [GGRF](#) también surgió debido a la globalización y la necesidad de requisitos universales de interoperabilidad en todas las tecnologías geoespaciales.

Además, se proyecta que el beneficio económico de implementar el [GGRF](#) es significativo y desempeñará un papel importante en el respaldo de la Agenda de Desarrollo Sostenible de la ONU. Se recomienda ver la presentación *Global Geodesy Forum – The Power of Where*, alojada en el sitio <https://ggos.org/event/global-geodesy-forum-the-power-of-where/>.

La Asamblea General de las Naciones Unidas aprobaron la resolución sobre el [GGRF](#) para el desarrollo sustentable el 26 de Febrero de 2015.

El [GGRF](#) incluye la geometría, campo de gravedad de la Tierra, y orientación de la Tierra con respecto al marco de referencia celeste.

El [GGRF](#) es un marco de referencia Geodesico integrado, incorporando el [ITRF](#) y el [ICRF](#), el futuro [IHRF](#), y la nueva red global de gravedad absoluta (IGSNn) de acuerdo con las resoluciones No. 1 y No. 2 de la IAG 2015, respectivamente.

2.9.1 Definición del GGRS

- Para el punto físico P , el potencial $W_P = W(\mathbf{x})$ es evaluado en la coordenada $\mathbf{x}$ en el ITRS;
- La unidad de tiempo es el segundo y la unidad de longitud es el metro ambos en el SI;
- La altura física es una diferencia $-\Delta W_P$ entre el potencial W_P del campo de gravedad de la Tierra en el punto P considerado y el potencial geoidal del elipsoide de nivel W_0 ;
- El vector de gravedad $\mathbf{g}$ es el gradiente del potencial del campo de gravedad de la Tierra;
- Geometría y gravedad son funciones implícitas del tiempo;
- Son necesarios parámetros fundamentales y convenciones para el uso de modelos, por ejemplo, el sistema de marea y procedimientos;
- El ICRS, basado en una definición cinemática, es un sistema casi inercial. El ICRS proporciona la base celeste para el GGRS;
- La relación entre el ITRS y el ICRS es descrita por los EOP.

2.9.2 Materialización del GGRS

La red de puntos terrestres es global, con densificación nacional y regional de la infraestructura geodésica. Esta red de estaciones GGRF típicamente comprende:

- Observatorios geodésicos fundamentales que emplean todas las técnicas geodésicas espaciales co-localizadas con instrumentos gravimétricos, permitiendo la vinculación entre $\mathbf{x}$, W y $\mathbf{g}$;
- Otras estaciones geodésicas que incluyan también mareógrafos de referencia, puntos de referencia de altura y puntos gravimétricos co-localizados siempre que fuese posible con instrumentos geodésicos espaciales.

Todas las estaciones GGRF deben:

- Estar funcionando continuamente, a largo plazo, para asegurar la estabilidad del GGRF;
- Ser equipada con tecnología de observación de punta para realizar Mediciones de cantidades geodésicas;
- Estar monitoreado continuamente para detectar deformaciones superficiales de la Tierra; y

- Estar conectados a *datums* verticales para relacionar con precisión sus diferencias de geopotencial para unificación.

2.10 Global Geodetic Observing System (GGOS)

En la actualidad, el rol de la Geodesia no está restringido sólo al estudio de la geometría, campo de gravedad y rotación de la Tierra, sino es extendido a la definición, materialización, y mantención de un marco de referencia global, y sus implicaciones en el estudio de las propiedades regionales y globales de la Tierra. Entre los tópicos de interés para la Geodesia actual se tiene, el rebote posglacial, el cambio del nivel del mar, la tectónica de placas, la subsidencia y el alzamiento de la corteza por cargas regionales, la deformación de placas en los límites, excitación de la orientación de la Tierra, y el estudio del transporte de masa en la Tierra. En respuesta a estos desafíos, en julio de 2003, la IAG estableció el GGOS como su sistema de observación. El GGOS representa a la IAG en el Grupo de Observación de la Tierra (GEO) y GGOS es la contribución de IAG al Sistema de Sistemas de Observación Global de la Tierra (GEOSS) (Plag et al., 2009).

El GGOS trabaja con los componentes de la IAG para proporcionar la infraestructura geodésica necesaria para monitorear el sistema terrestre y para la investigación del Cambio Global. Proporciona observaciones de los tres pilares fundamentales de la Geodesia y sus variaciones temporales, es decir, la forma, el campo de gravedad, y la rotación de la Tierra.

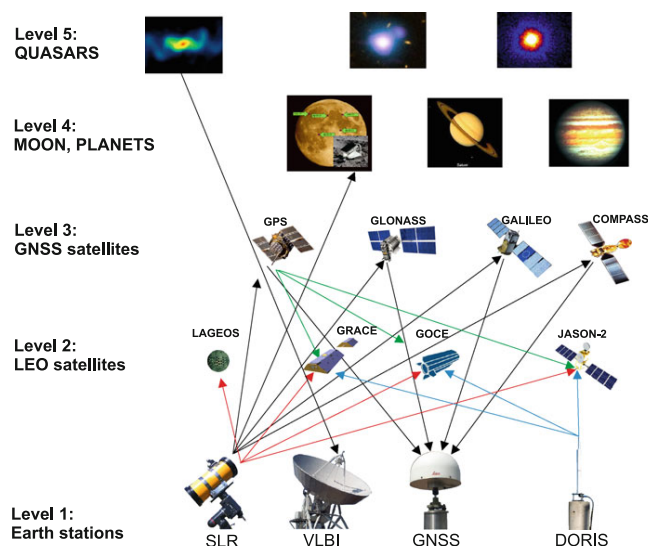


Figura 2.15: Infraestructura de GGOS.
Tomado de Plag et al. (2009)

El GGOS integra diferentes técnicas geodésicas, modelos, enfoques

para asegurar un monitoreo preciso a largo plazo de las observables geodésicas de acuerdo con la Estrategia Integrada de Observación Global (*Integrated Global Observing Strategy-IGOS*). El GGOS está estrechamente vinculado con el GGRF puesto que, este define la infraestructura del GGRF a través de cinco niveles (ver fig. 2.15), que dependen de la distancia a la superficie de la Tierra (Rothacher et al., 2009). De acuerdo con la fig. 2.15, en el Nivel 1 GGOS consta de las redes terrestres de instrumentos in situ y estaciones de seguimiento geodésico espacial, así como los centros de datos y análisis. En el nivel 2, están los satélites de órbita terrestre baja (*Low Earth Orbit (LEO)*), con órbitas de alta precisión, y el nivel 3, que es el GNSS. Las redes terrestres y el GNSS son cruciales en el posicionamiento. El nivel 4 está compuesto por la Luna y los planetas, lo que es particularmente importante para el Marco de Referencia. Finalmente, en el Nivel 5 hay cuásares estables, que proporcionan el Marco de Referencia Inercial fijo en el espacio.

GGOS proporciona la base de observación para mantener un marco de referencia estable, preciso y global y en esta función es crucial para toda la observación de la Tierra y muchas aplicaciones prácticas.

El GGOS contribuye al emergente Sistema Mundial de Sistemas de Observación de la Tierra (GEOSS) no sólo con el marco de referencia preciso requerido para muchos componentes del GEOSS, sino también con observaciones relacionadas con el ciclo hidrológico global, la dinámica de la atmósfera y los océanos y los desastres naturales.

GGOS actúa como la interfaz entre los servicios geodésicos y los usuarios externos, como el Grupo de Observación de la Tierra (GEO) y las autoridades de las Naciones Unidas. Un objetivo importante es garantizar la interoperabilidad de los servicios y GEOSS. Con esto la comunidad geodésica puede proporcionar a la comunidad global de geociencias una poderosa herramienta que consiste principalmente en servicios, estándares y referencias de alta calidad, así como de innovaciones teóricas y de observación (GGOS, 2010).

2.11 Preguntas y problemas propuestos

1. Despreciando la Precesión, Nutación y el movimiento polar mostrar que:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ICRF} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF}$$

Donde $\theta = GAST$.

Calcular $X_{ICRF}, Y_{ICRF}, Z_{ICRF}$ para un punto de latitud geocéntrica $\varphi = 30^\circ N$, $\lambda = 191^\circ E$, $R_\oplus = 6371 km$ y $\theta = 304^\circ$.

2. Estimar las coordenadas geodésicas (φ, λ) de la estación Johnston (Australia) a partir de los siguientes datos:

Coordenadas Astronómicas	Deflexión de la vertical
$\Phi = -25^\circ 56' 54,55''$	$\xi = +2,32''$
$\Lambda = 133^\circ 12' 30,08''$	$\eta = -7,93''$

Tabla 2.10: Ejemplo de ecuación de Laplace

3. Se necesita estimar la posición de la estación GNSS NIEB para la época $t = 2016,0$, la cual tiene las siguientes coordenadas y velocidades para la época de definición $t_0 = 2010,0$:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1400384695,836 \\ -4697826828,724 \\ -4066847307,803 \end{bmatrix} m$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 22,453 \\ -6,974 \\ 7,902 \end{bmatrix} mm/y$$

4. Transformar las coordenadas de la estación UFPR, XYZ=[3763751.6795 -4365113.9117 -2724404.5421] en ITRF2020 para ITRF2014, usando los siguientes parámetros:

Solución	$T_X(mm)$	$T_Y(mm)$	$T_Z(mm)$	$s(ppb)$	$R_X(sec.)$	$R_Y(sec)$	$R_Z(sec)$
ITRF2014	-1.4	-0.9	1.4	-0.42	0.00	0.00	0.00

Tabla 2.11: Parámetros de transformación desde ITRF2020 para ITRF2014 (https://itrf.ign.fr/docs/solutions/itrf2020/Transfo-ITRF2020_TRFs.txt)

3

Sistemas de Referencia Físicos

En este capítulo serán abordados dos Sistemas de Referencias asociados al campo de gravedad terrestres, esto son: sistemas de alturas (o Sistemas de Referencia Vertical), y sistema de referencia para la gravedad.

Antes de comenzar el estudio de los Sistemas de Referencia Físicos, es necesario identificar y describir las distintas superficies de referencia involucradas, estas son brevemente definidas y representadas (ver fig. 3.1) a continuación.

- Superficie topográfica
Es la superficie física donde se realizan las mediciones.
- Geoide
La superficie de nivel del campo de gravedad de la Tierra que, en promedio, se ajusta mejor al nivel medio del mar para una época dada.
- Cuasi-geoide
Superficie (no equipotencial) de referencia para las alturas normales.
- Teluroide
Superficie formada por aquellos puntos que poseen el mismo potencial normal (U) que el del geopotencial (W) en los diferentes puntos de la superficie de la tierra. Es la proyección de la superficie topográfica, pero que está por debajo en una cantidad $+\zeta$ si es positivo, o por encima de ella en una cantidad $-\zeta$. La cantidad ζ se llama anomalía de altura.
- Elipsoide
Superficie de referencia que se aproxima a la figura y campo de gravedad Terrestre. Además, es la superficie de referencia para las alturas elipsoidales (h).

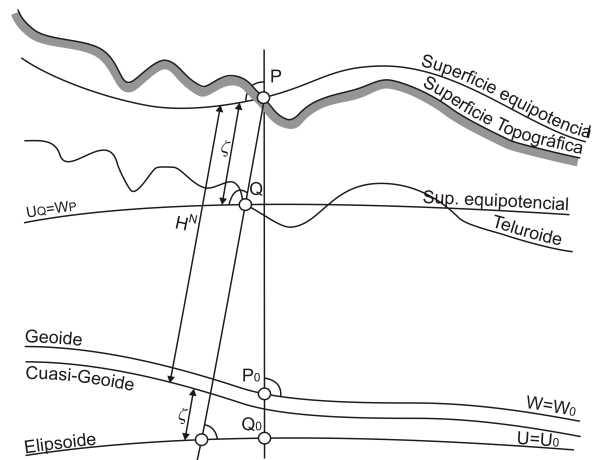


Figura 3.1: Superficies involucradas en los sistemas de alturas

3.1 Sistemas de Referencia para las Alturas

Los sistemas de alturas permiten la medición precisa de la distancia vertical (a lo largo de alguna línea específica) de un punto en la superficie terrestre en relación a una superficie de referencia. Esto es fundamental para muchas aplicaciones, como la planificación de proyectos de ingeniería, la construcción de infraestructuras, el análisis de riesgos geológicos y la navegación.

En los sistemas de alturas, la definición ("Sistema") es caracterizada por la coordenada altimétrica (tipo de altura), y la superficie de referencia (e.g., geoide, casi-geoide). Mientras que la materialización (*Marco*) viene dada por la materialización de una red de puntos con las respectivas alturas y velocidades.

3.1.1 Tipos de Alturas

Así como fueron definidos los tipos de sistemas de coordenadas utilizadas para el posicionamiento geométrico en los sistemas de referencia geométricos (e.g., [ITRF](#)), entonces de la misma manera serán definidos los tipos de coordenada vertical (altura), utilizados en los sistemas de referencia verticales. Las alturas pueden ser de divididas en: geométricas, y físicas. Las geométricas, pueden ser consideradas las alturas elipsoidales (h , definidas en el capítulo 1), y las alturas niveladas, mientras que en las de tipo físico, se tiene: alturas ortométricas, normales, y dinámicas. A continuación serán definidas cada tipo de altura.

1. Alturas Niveladas

La nivelación geométrica (en inglés *spirit leveling*) es la técnica más comúnmente usada en Geodesia para la determinación de alturas. Las observaciones están referidas a un sistema de

superficies de nivel y líneas de plomo, debido a la dependencia de la nivelación de los Niveles/Teodolitos sobre el horizonte local. Las alturas obtenidas solamente a partir de diferencias de nivel son llamadas alturas niveladas. Las alturas niveladas dependen del camino recorrido, o sea, diferentes rutas seguidas que llegan a un punto P , entregan diferentes valores de altura para el mismo punto (ver fig.3.2). Las alturas niveladas no tienen relevancia física! (en grandes extensiones).

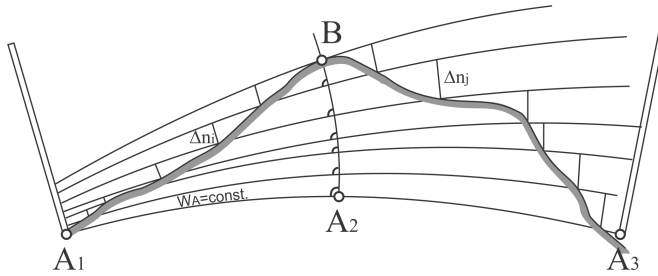


Figura 3.2: No paralelismo entre superficies equipotenciales

Las alturas niveladas entre la superficie de referencia (e.g., el geoide) y el punto P viene dada por la siguiente expresión:

$$\Delta H_0 = \sum_{i=1}^n \Delta n_i \quad (3.1)$$

Donde dn_i son las diferencias de alturas (incrementos).

2. Número Geopotencial

Aún cuando el número geopotencial no es definido directamente como un tipo de altura, este es la base para la definición de los tipos de altura física.

Los números geopotenciales son la información básica para la determinación de alturas científicas. Estos son únicos, independientes del trayecto recorrido!. El número geopotencial en el punto P (C_P), se define como:

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^P g \cdot dH \quad (3.2)$$

Donde W_0 , W_P , y g , son el potencial en el Geoide, el potencial en el punto P , y la gravedad, respectivamente.

3. Alturas Dinámicas

Las alturas dinámicas son sólo números geopotenciales, escalados en una unidad métrica. Las diferencias con respecto a las alturas niveladas, pueden llegar a ser grande, dependiendo de qué tan bien γ_0 representa la gravedad en la superficie

nivelada (Sneeuw, 2006).

$$H_P^{dyn} = \frac{C_P}{\gamma_0} \quad (3.3)$$

Usualmente se usa el valor de la gravedad normal para 45° .

4. Alturas Ortométricas

La altura ortométrica es definida como la distancia a lo largo de la línea de campo, desde la superficie de nivel que pasa por el *datum* (Geoide) hasta el punto en cuestión (Jekeli, 2006) (ver fig. 3.3).

En términos matemáticos, la altura ortométrica H^o de un punto P es definida como (Heiskanen and Moritz, 1967),

$$H_P^o = \frac{C_P}{\bar{g}} \quad (3.4)$$

Donde:

C_P : número geopotencial del punto P,

$\bar{g}$: es la gravedad media a lo largo de la línea de campo real entre el geoide y el punto en cuestión.

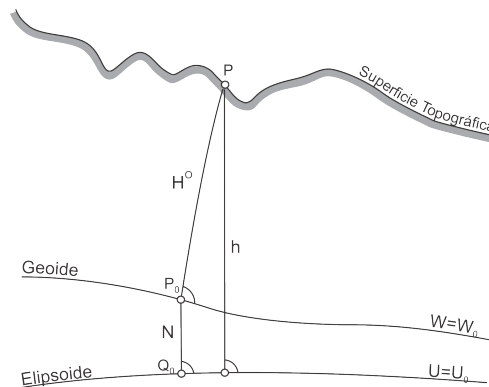


Figura 3.3: Altura ortométrica

En este tipo de altura, es necesario conocer la distribución de la densidad de las masas entre la superficie topográfica y el geoide para determinar $\bar{g}$. La determinación práctica de la altura ortométrica es imposible sin introducir alguna hipótesis simplificada de la distribución de densidades.

5. Alturas Normales

La gravedad normal puede ser calculada en cualquier punto, sin hipótesis acerca de la distribución de las densidades de las masas topográficas. El comportamiento de la gravedad normal es muy lineal. La gravedad media a lo largo de la línea de plomada normal puede ser aproximada por el valor de la gravedad normal en el punto el cual tiene altura $\frac{1}{2}H^n$ sobre

el elipsoide. Despreciando los términos de segundo orden, tenemos:

$$\bar{\gamma} = \gamma(\varphi_P, \frac{1}{2} H_P^n) = \gamma(\varphi_P, 0) - 0,1543 \cdot H_P^n \quad (3.5)$$

Entonces,

$$H_P^n = \frac{C_P}{\bar{\gamma}}$$

$$H_P^n = \frac{C_P}{\gamma_{P_0} - 0,1543 \cdot H^n} \quad (3.6)$$

La altura normal es interpretada como la distancia desde un punto P sobre la superficie hasta el casi-geoide (ver fig. 3.4), medido sobre la normal. Alternativamente esta es interpretada como la altura desde el Teluroide hasta el elipsoide. Estas alturas están relacionadas a la teoría de campo de gravedad de Molodenskii.



Figura 3.4: Altura Normal

3.1.2 Sistemas de referencia verticales locales

Los sistemas de alturas existentes (clásicos), fueron de cobertura regional o local, y estáticos. De acuerdo con Ihde et al. (2010), las características de la definición de los sistemas de alturas existentes son:

- Superficie de referencia: geoide (N) o cuasigeoide (ζ).
- Coordenada vertical: altura ortométrica (H^O) o altura normal (H^N).

Con respecto a la materialización, las características son:

- Superficie de referencia: (cuasi)geoide = superficie del Nivel Medio del Mar (en mareógrafos)

Estos sistemas de alturas presentan una serie de inconvenientes en la materialización de la superficie de referencia, entre estos:

- Los mareógrafos no se encuentran en la misma superficie equipotencial, es decir, (cuasi) geoide $\neq$ nivel medio del mar (influencia de la [SSTop](#)¹), y
- Los valores medios calculados en los mareógrafos individuales dependen de la períodos tomados en cuenta para promediar registros del nivel del mar.

¹ Distancia entre el nivel medio del mar y el geoide.

- Coordenada vertical: determinada por nivelación geométrica combinada con reducciones de gravedad. La materialización de las alturas en estos sistemas presentan los siguientes inconvenientes:

- Efecto de campo de gravedad sobre la nivelación, que se reduce la aplicación de diferentes modelos, es decir, las discrepancias entre los sistemas de alturas existentes se producen no sólo para los diferentes niveles de referencia, sino también por diferentes tipos de alturas físicas.
- Inconveniente por las variaciones temporales de las alturas. Típicamente, las deformaciones verticales de la corteza terrestre no se tuvieron en cuenta en el tratamiento de las mediciones de nivelación geométrica. El posicionamiento [GNSS](#) ha permitido determinar los movimientos verticales, que pueden alcanzar decímetros durante décadas. Debido a que estos movimientos no se conocían, se atribuían a los errores de observación en los ajustes de redes verticales clásicas.

En consecuencia, los sistemas de altura existentes presentan una serie de inconvenientes, entre estos:

1. Hay tantos niveles de referencia (superficies de altura cero) como mareógrafos de referencia (más de 100 en el mundo), las discrepancias entre ellos pueden alcanzar hasta ± 2 m en un marco global ([Ihde et al., 2017](#)).
2. Estas discrepancias, junto con la propagación de errores de nivelación con la distancia desde el mareografo y las diferentes reducciones gravedad aplicadas, alcanzan una incertidumbre del nivel de metro, es decir, de dos a tres órdenes de magnitud

menos de la exactitud del sistema de referencia geométrico (10^{-9}).

3. No permiten el intercambio de datos en proyectos internacionales, ya que sólo son compatibles con ellos mismos.
4. No apoyan la materialización confiable de $H^O = h - N$ en una escala mundial.
5. Tienen que ser modernizado a través de su transformación en un sistema de referencia vertical global unificado.

3.1.3 Sistema de Referencia Internacional para las Alturas -IHRs

La definición, implementación, mantenimiento y amplio uso del ITRS garantiza una referencia geométrica global unificada con precisión a nivel de mm, convirtiéndose así en una base para determinar y monitorear deformaciones en escalas grandes y pequeñas y en alta resolución temporal y con consistencia global. Un Sistema Internacional de Referencia de Alturas o International Height Reference System (IHRs), y su materialización IHRF equivalente a ITRF, pero en el espacio geopotencial, tiene como objetivo establecer un marco de referencia físico global de orden de ± 1 mm (Ihde et al., 2017) que apoya la descripción confiable de los cambios planetarios de manera integrada con el campo gravitatorio de la Tierra. El IHRs es un sistema de referencia geopotencial co-rotante con la Tierra en su movimiento a través del espacio. Las coordenadas de los puntos en la superficie física de la Tierra sólida están dadas por:

- Valores de geopotencial W y sus cambios temporales $\frac{dW(x)}{dt}$ definidos dentro del campo de gravedad terrestre; y
- Coordenadas cartesianas geocéntricas x y sus variaciones temporales $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ vinculadas al ITRS.

Por lo tanto, la dependencia del tiempo debe ser considerada (Amos et al., 2007):

$$W_P(t) = W_P(t_0) + \dot{W}_P(t - t_0) \quad (3.7)$$

$$g_P(t) = g_P(t_0) + \dot{g}_P(t - t_0) \quad (3.8)$$

$$x_P(t) = x_P(t_0) + \dot{x}_P(t - t_0) \quad (3.9)$$

Donde $W_P(t)$, $g_P(t)$, $x_P(t)$ son el potencial, la gravedad y las coordenadas del punto P en la época t , y $\dot{W}_P$, $\dot{g}_P$, $\dot{x}_P$ son las velocidades lineales del geopotencial, la gravedad y las coordenadas del punto, respectivamente. Además, $t - t_0$ es la diferencia entre la época actual (t) y la época de definición (t_0) del IHRs.

La definición del **IHRS** es dada por las siguientes cinco convenciones (Ihde et al., 2017):

- El nivel de referencia vertical es el geopotencial en el geoide, o el parámetro potencial W_0 del geoide como una superficie equipotencial del campo de gravedad de la Tierra. $U_0 = W_0$ es un parámetro que define el elipsoide de nivel geocéntrico convencional. La relación entre W_0 y el cuerpo de la Tierra debe ser definida y reproducible.
- Los parámetros, las observaciones y los datos deben estar relacionados con el sistema de mareas medio/corteza media;
- La unidad de longitud es el metro (SI). La unidad de tiempo es el segundo (SI).
- Las coordenadas verticales son las diferencias $-\Delta W_P$ entre el potencial del campo gravitatorio terrestre en los puntos considerados W_P y el potencial en el geoide W_0 . La diferencia de potencial $-\Delta W_P$ también se denomina número geopotencial C_P :

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \quad (3.10)$$

- El marco de referencia espacial de la posición P para el potencial $W_P = W(\mathbf{x})$ es expresada como coordenadas $\mathbf{x}$ en el **ITRS**.

El **IHRS** establece una relación inequívoca entre el campo de gravedad de la Tierra y la geometría de la Tierra. El **IHRS** debe realizarse combinando una red de estaciones globales, un **GGM** y valores para un conjunto de parámetros como un **IHRF**. Debe cumplir con las convenciones subyacentes a la definición de un **IHRS**, especialmente para las normas que describen cómo se pueden derivar los elementos. Es importante distinguir entre la definición del **IHRS**, las alturas físicas derivadas del **IHRF** (importante para aplicaciones y usuarios) y la unificación de sistemas físicos de altura alineados a un **IHRS**.

En relación al **IHRF**, este es materializado a través de los siguientes elementos (Ihde et al., 2017):

1. El valor del geopotencial de referencia W_0 se obtiene a través de las mejores estimaciones. El procedimiento para determinar W_0 debe documentarse en convenciones y directrices para garantizar la reproducibilidad y la interoperabilidad de los cambios.

En la resolución n° 1 de 2015, la IAG establece $W_0 = 62636853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ como materialización de valor potencial a partir de la referencia vertical para el IHRF.

2. Un elemento central del IHRF es un GGM. La disponibilidad de GGMs de alta resolución como Earth Gravity Model 2008 (EGM2008) (Pavlis et al., 2012), XGM2019e-2159 (Pail et al., 2017), u otro, que permite realizar una determinación directa de W_P introduciendo las coordenadas ITRF x o (φ, λ) de cualquier punto en la ecuación de expansión armónica esférica que representa un GGM, o sea:

$$W(\varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm} \sin \varphi \right) + \frac{1}{3} \omega^2 r^2 (1 - P_{20} \sin^2 \varphi) \quad (3.11)$$

Donde GM es el producto de la constante gravitacional de *Newton* y la masa de la Tierra, r es el radio medio de la Tierra, $\bar{C}_{nm}$ son los coeficiente para grado n y orden m , son funciones armónicas esféricas de superficie completamente normalizadas, La precisión promedio esperada después de aplicar uno de estos GGM es de alrededor de ± 40 a $\pm 60 \text{ cm}^2\text{s}^{-2}$ (equivalente a ± 4 cm a ± 6 cm) en regiones bien investigadas y alrededor de ± 200 a $\pm 400 \text{ cm}^2\text{s}^{-2}$ (equivalente a ± 20 a ± 40 cm) en casos extremos de $\pm 10 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (± 1 m) en regiones poco investigadas (Rummel, 2004). Sin embargo, la aplicación de diferentes estándares, convenciones y procedimientos para estimar los coeficientes armónicos esféricos produce discrepancias bastante grandes en los parámetros del campo de gravedad derivados de los GGM. Además, la disponibilidad restringida de la gravedad terrestre disminuye la confiabilidad de los GGMs de grados superiores a 300. En áreas con datos de gravedad deficientes, los grados más altos de GGM no contienen la señal completa del campo gravitatorio de la Tierra y el llamado error de omisión aumenta considerablemente. Por lo tanto, para la materialización de IHRF y aplicaciones de alta precisión, se propone elegir un GGM solo-satélite para la aproximación homogénea de la larga longitud de onda del potencial de gravedad de la Tierra como una cuestión de convención y refinar este GGM sólo-satélite por combinación de datos de altimetría y gravedad terrestre (aérea, marina). Recientemente se han realizado algunos experimentos con el objetivo de conocer las diferencias de potencial en diferentes sitios entre los diferentes GGMs. La fig. 3.5 presenta las diferencias (con respecto a la media de los tres modelos) en

términos de alturas normales ($H^N = \frac{C}{\gamma}$) para los modelos EIGEN-6C4 (grado 2190), GECO (grado 2190), y SGGUGM-1 (grado 2159) (Sánchez et al., 2021). En esta figura podemos observar que los diferentes GGMs, proporcionan diferentes valores de potencial para una misma posición.

3. La diferencia de potencial $-\Delta W_P$ en relación con un W_0 convencional debe conocerse a través de una red de observación geodésica de alta precisión existente ($\pm 1 \times 10^{-2} m^2 s^{-2}$), donde se pueden generar observaciones para derivar los elementos definitorios al nivel de calidad más alto posible, en consonancia con otros sistemas/redes de referencia.
4. La red de referencia que realiza el IHRF debe seguir la misma jerarquía que la red de referencia del ITRF, es decir, una red global con densificaciones regionales/nacionales/continentales. La fig. 3.6 presenta una propuesta de las estaciones que constituirían el IHRF.

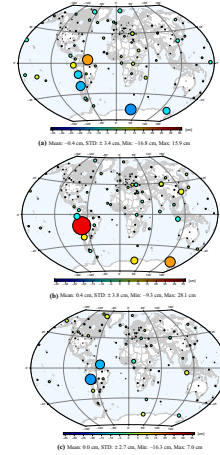


Figura 3.5: Comparación de los GGMs (a) EIGEN-6C4, (b) GECO, y (c) SGGUGM-1 en términos de alturas normales con respecto al modelo medio. Tomado de Sánchez et al. (2021)

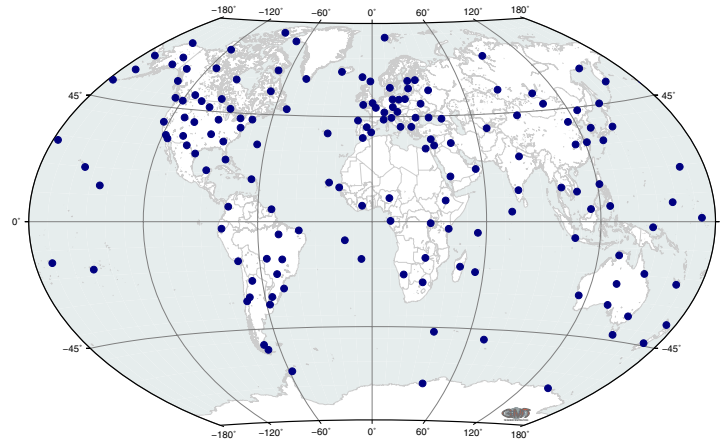


Figura 3.6: Propuesta de estaciones para la red IHRF. Tomado de Sánchez et al. (2021)

Actualmente, el objetivo es combinar diferentes observaciones geodésicas en cada estación del IHRF, es decir, coordenadas ITRFyyyy, gravedad, nivelación y registro de mareas en el caso de las estaciones costeras donde se encuentran los datum de los sistemas de referencia verticales. Esto tiene el propósito de contribuir a la determinación de la velocidad de la componente vertical (H), que en primera instancia, las convenciones IAG (CVRS V3.0) consideran (Amos et al., 2007):

$$\dot{h} = \dot{H} \quad (3.12)$$

Donde las velocidades de las alturas físicas (H) se derivan de la serie temporal de altura elipsoidal (h) de ITRFyyyy ,

$$H_P(t) = H_P(t_0) + \dot{h}_P(t - t_0) \quad (3.13)$$

Donde $H_P(t)$ y $H_P(t_0)$ son las alturas físicas en la época actual (t) y en la época de referencia (t_0), respectivamente. El término $\dot{h}_P$ es la velocidad lineal de la altura elipsoidal en la época de referencia.

3.1.4 Sistema de Referencia Vertical Chileno

En la actualidad, existen más de 100 sistemas de alturas inconsistente en el mundo (Ihde et al., 2010). Aspectos de definición y materialización de un sistema de altura global, y su vinculación con los sistemas de alturas locales son algunos de los desafíos actuales de la Geodesia. En este contexto, América no es la excepción, y con el propósito de abordar estos problemas se inicia el proyecto SIRGAS. El SIRGAS está encargado de la definición y materialización de un único sistema de referencia en sus componentes geométrica y física (Sánchez and Brunini, 2009). El SIRGAS ha resuelto la mayor parte de las cuestiones asociadas a la componente geométrica, sin embargo, aun quedan por resolver problemas en la componente vertical. Al igual que otros países de Sudamérica, Chile presenta un sistema de altura ambiguamente definido. Aspectos como: época de definición, tipo de altura, sistema de mareas y correcciones por no paralelismo de las superficie equipotenciales, no son claramente descritos (Sanchez, 2011). Además, debido a las características geográficas (extensión y forma) de Chile, el sistema de alturas fue realizado por intermedio de líneas de nivelación propagadas principalmente desde los mareógrafos de Arica, Antofagasta, Valparaíso, San Antonio, Talcahuano, Puerto Mont y Punta Arenas, hacia el continente (Maturana and Barriga, 2002). Las líneas de nivelación, se materializaron a través de pilares localizados a lo largo de caminos y líneas férreas. La RVCH, no sólo fue densificada desde diferentes mareógrafos, sino también en diferentes épocas y la mayoría no están conectados hasta hoy. Por otro lado, la mayor parte de las líneas de nivelación que componen la RVCH fueron realizadas antes de 1980, y algunas líneas re-nivaladas para establecer las posibles variaciones causadas por los sismos de 1960, 1965 y 1985 (Maturana and Barriga, 2002). La fig. 3.7 muestra la configuración geométrica y los periodos de desarrollos de las nivelaciones.

El hecho que la RVCH fuese densificada desde diferentes mareógrafos y en diferentes épocas, puede interpretarse como una "red" con diferentes materializaciones, por tanto, inconsistentes entre sí. La componente predominante en esta inconsistencia generalmente es atribuida a la SSTop (ver fig.3.8) (Filmer and Featherstone, 2012).

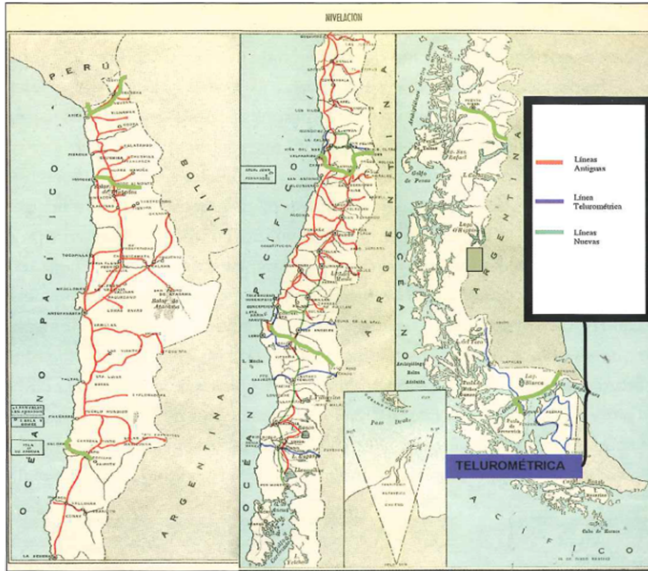
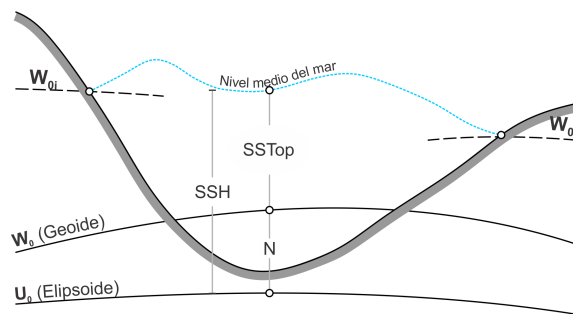


Figura 3.7: La RVCH

La $SSTop$ es la discrepancia entre el Nivel Medio del Mar (NMM) y el geoide (Heck and Rummel, 1990), y puede alcanzar valores entre -2,2 m y 70 cm en océanos abiertos a escala global (Engelis, 1985). Esta gran separación, es generada debido a las corrientes oceánicas que resultan de factores tales como; el viento; cambios de salinidad, temperatura y presión, que están directamente relacionados con la Tierra. La $SSTop$ puede ser definida por la Sea Surface Height (SSH) (distancia entre el elipsoide y la superficie del mar.) y por la ondulación del Geoide (N),

$$SSTop = SSH - N \quad (3.14)$$

Figura 3.8: Relación entre el Nivel Medio del Mar Local, el Geoide, y la $SSTop$

De acuerdo a la literatura disponible relacionada con el Sistema de Referencia Vertical Chileno antiguo, se puede desprender que:

1. La definición ("Sistema") fue establecida con el geoide como superficie de referencia, y alturas ortométricas para la

coordenada vertical. Además, entendido como un sistema estático; y

2. La materialización, el [NMM](#) observado por una red de mareografos no conectados para materializar el geoide, y alturas niveladas para cada uno de los pilares observados. Se debe destacar que, la [RVCH](#) no es estrictamente una red", mas bien un conjunto de segmentos, en general no conectados ni ajustados.

Desde el año 2000, la [RVCH](#) está siendo observada con [GNSS](#), con propósito de georreferenciar los pilares de nivelación, como también para el monitoreo de deformaciones verticales. Además, se están realizando mediciones de gravedad sobre cada pilar, con el objetivo de permitir la estimación alturas físicas ([SIRGAS-CHILE, 2022](#)). En los últimos años, SIRGAS-CHILE está siguiendo las recomendaciones de instituciones internacionales, con propósito de establecer un sistemas de referencia vertical en términos de geopotencial (potencial del campo de gravedad terrestre), y que este sea una densificación de un sistema de alturas internacional (e.g., [IHRF](#)), así como lo es SIRGAS-CHILE de [ITRF](#) en la componente geométrica.

3.2 Sistema de Referencia para la gravedad

El primer sistema gravimétrico de referencia internacional se introdujo en 1909 en la conferencia de la [IAG](#), Cambridge, Inglaterra. El sistema de gravedad *Potsdam* se basó en el valor medido por péndulos entre 1898 y 1904 en Potsdam, Alemania, por Kühnen y Furtwängler ($g = 981,274 \pm 0,003 \text{ cm/s}^2$). El marco de gravedad *Potsdam* se densificó por mediciones relativas de péndulos (y más tarde por gravímetros relativos) en muchos países del mundo. No existía una red global con un ajuste común, pero en los años 1934 ... 1938 se encontraron discrepancias sistemáticas en el orden de $-0,015 \text{ cm/s}^2$. Después de la Segunda Guerra Mundial se efectuó una gran cantidad de mediciones globales con gravímetros relativos, que fueron colectaron por la "Comisión Gravimétrica Internacional" (Comisión III de la [IAG](#)). Se efectuó una compensación global de 2000 incógnitas (valores de gravedad) con 24000 mediciones gravimétricas relativas (5 tipos de gravímetros), 1200 mediciones por péndulos y 11 mediciones gravimétricas absolutas. El resultado fue publicado por [Morelli et al. \(1974\)](#) [International Gravity Standardization Net 1971](#) ([IGSN71](#)). El valor del punto Potsdam del sistema antiguo es $g = 981,26019 \pm 0,00002 \text{ cm/s}^2$. La diferencia es $0,0142 \text{ cm/s}^2$ (los valores del sistema antiguo son más grandes). La

incertidumbre de la [IGSN71](#) es $\pm 0,1$ mGal y es la base para la determinación de las variaciones de gravedad dependientes de la ubicación. Pero en las décadas de 1960 y 1970 del siglo pasado, las variaciones temporales de gravedad absoluta menores que $\pm 0,1$ mGal son indistinguibles con las incertidumbres instrumentales ([Wilmes et al., 2018](#)).

Más de una década después, dado el desarrollo tecnológico en la construcción de gravímetros absolutos y móviles, se realizaron algunas comparaciones de mediciones de diferentes gravímetros, y comienzan a aparecer propuestas de redes globales para la gravedad (e.g., International Absolute Gravity Base Station Network (IAGBN). Además, la producción comercial de gravímetros, y las mejoras en términos de consistencia y fiabilidad, permitieron mediciones gravimétricas al nivel de unos pocos microgales. Estos avances tecnológicos en conjunto con las necesidades actuales de aplicaciones en Metrología, y Geodesia, han llevado a la implementación de un nuevo sistema de referencia de gravedad basado en los estándares y convenciones internacionales de la [IAG](#). Durante la Asamblea General de la [IUGG](#) en Praga 2015, el [IAG](#) adoptó la Resolución No. 2 e inició el Establecimiento de un Sistema de Referencia de Gravedad Absoluta Global (i.e., [International Gravity Reference System \(IGRS\)](#)/[International Gravity Reference Frame \(IGRF\)](#)). Para la Geodesia, este marco de referencia es fundamental, para aplicaciones propias de la Geodesia (e.g., cálculo del geoide, sistemas de alturas, órbitas de satélites, etc.), como también para el monitoreo de los procesos asociados al cambio global.

3.2.1 Red de gravedad global IGSN71

La red de gravedad global, llamada [IGSN71](#), se estableció como resultado de la cooperación internacional por más de dos décadas, coordinado por la [IAG](#) de la [IUGG](#). La red consistió en 1854 puntos de gravedad. El *datum* de [IGSN71](#) se definió por 10 mediciones de la gravedad absolutas realizadas en 8 estaciones, 8 mediciones con un gravímetro móvil Hammond y Faller de caída libre y 2 mediciones con instrumentos fijos por Sakuma en Sévres, y por Cook en Teddington, respectivamente (ver [fig.3.9](#)) en el nivel de incertidumbre de $0,1 - 1,0 \mu m \cdot s^{-2} = 0,01 - 0,1 mGal$ ([Torge, 1989](#)).

Recientes 1200 mediciones pendulares relativas realizados con incertidumbre de $2 - 4 \mu m \cdot s^{-2} = 0,2 - 0,4 mGal$ controla además la escala de la [IGSN71](#).

Por otra parte, aproximadamente 12.000 mediciones gravimétricas relativas de tramos largos contribuyeron en la consistencia de la red, mientras que alrededor de 11.700 mediciones de gravedad relativa

excéntricas garantizaron vínculos locales. La incertidumbre de las mediciones estaba dentro del intervalo de $0,2 - 2,0 \mu m \cdot s^{-2} = 0,02 mGal$ (Krynski and Marcin, 2012).

El concepto de la IGSN71 difiere de los sistemas de referencia de gravedad anteriores (p.ej. *Potsdam gravity system*) en la determinación del *datum*, es decir, no es adoptado solo un valor de una estación, sino por los valores de gravedad para 1.854 estaciones obtenidos a partir de un único ajuste por mínimos cuadrados desde datos de gravímetros absolutos y péndulos (Morelli, 1971).

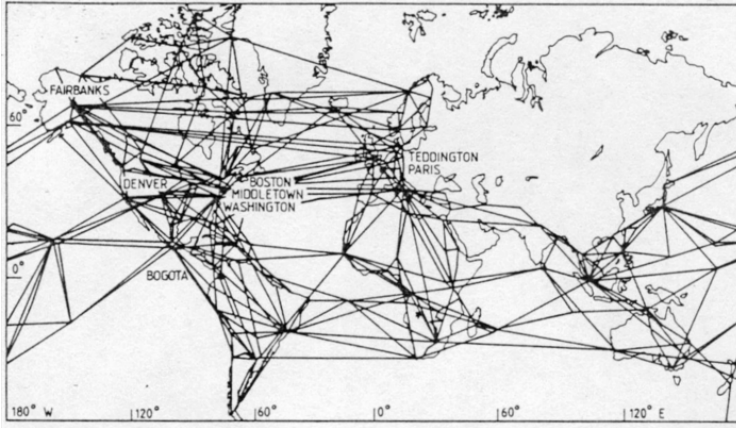


Figura 3.9: International Gravity Standardization Net 1971

3.2.2 Sistema y Red Internacional de Referencia de gravedad (IGRS/IGRF)

El IGRS y su materialización IGRF nace como respuesta a las altas exigencias de precisión, fiabilidad, y estabilidad para un marco de referencia gravimétrico global, que sea capaz de cubrir aplicaciones en diversas disciplinas (e.g., Metrología, Geodesia, Geofísica, etc.). Particularmente, en Geodesia permitirá establecer marcos de referencia multi-parámetros ($\mathbf{x}, \mathbf{g}, \mathbf{W}$), como es el caso del GGRF (será visto en los próximos capítulos), permitiendo el monitoreo integral del Sistema Tierra.

La descripción de la definición y realización del IGRS son presentadas a continuación (Wziontek et al., 2021):

- La definición del IGRS

El IGRS se define por la aceleración instantánea de la caída libre como la medida, expresada en el SI. Esta medida se completa con un conjunto de referencias para las correcciones en función del tiempo que comprende componentes constantes: el sistema de marea cero para la corrección de mareas, la atmósfera estándar ISO 2533:1975 (DIN 5450) para la corrección por

efectos de la gravedad atmosférica y el polo de referencia del [IERS](#) para la corrección del movimiento polar. Estas referencias definen la magnitud convencional ‘aceleración de la gravedad’. Se debe evitar cambiar estas referencias en el futuro, para garantizar la estabilidad a largo plazo del sistema.

- La materialización del [IGRS](#) o [IGRF](#)

En la concepción clásica de red o marco de referencia de gravedad, se vinculan observaciones entre estaciones de gravedad absoluta, además la escala y la referencia de nivel son controladas y ajustadas. Mientras que, en la materialización del [IGRS](#), la confiabilidad es garantizada mediante comparaciones y monitoreo regular en estaciones de referencia por un conjunto de gravímetros absolutos.

El [IGRF](#) está compuesto por un conjunto de estaciones con valores fiables de gravedad absoluta con una precisión relativa de 10^8 y mejores. El [IGRF](#) está representado por mediciones de gravedad absoluta trazables al [SI](#) que contienen correcciones convencionales de gravedad temporal. Las correcciones de los cambios temporales de la gravedad comprenden: las mareas terrestres, la carga de las mareas oceánicas, las variaciones atmosféricas y el movimiento polar y la transferencia a una altura de referencia. Algunos modelos de gravímetros absolutos son presentados en la fig. 3.10.

Debido a la falta de una referencia natural para la aceleración de la caída libre, los gravímetros absolutos deben verificarse en las comparaciones, donde la referencia de gravedad se realiza en base a un conjunto de mediciones de un grupo de gravímetros absolutos y el modelo funcional para su procesamiento.

La serie de **comparaciones clave** realizadas por el Comité Consultivo para Masa y Cantidades Relacionadas (*Consultative Committee for Mass and Related Quantities* - CCM) del Comité Internacional de Pesos y Medidas (*International Committee for Weights and Measures* - CIPM) en el contexto del *Mutual Recognition Arrangement* - MRA del CIPM proporciona la columna vertebral del [IGRF](#) ([Wilmes et al., 2018](#)), siguiendo la CCM - [IAG Strategy for Metrology in Absolute Gravimetry](#), que también describe la cadena de trazabilidad en gravimetría. Una **comparación clave** es una del conjunto de comparaciones para probar las principales técnicas y métodos en el campo. Se utilizan comparaciones adicionales como componente de esta estrategia para distribuir aún más el nivel común. Además de los resultados de la comparación clave, se deben documentar



Figura 3.10: Gravímetro FG-5 (panel izquierdo) e gravímetro A-10 (panel derecho), cortesía de (www.microglacoste.com).

todos los gravímetros absolutos que participaron en las comparaciones, incluidos aquellos que no son operados por institutos nacionales de metrología o sus laboratorios designados, utilizando la base de datos internacional de gravedad absoluta AGrav ([Wziontek et al., 2012](#)) como registro. Las observaciones con gravímetros absolutos deben contener al menos la siguiente información:

- Época de observación,
- Coordenadas referida al [ITRF](#),
- Altura física, incluido el sistema de altura,
- Valor absoluto medio de la gravedad después de aplicar las correcciones,
- La altura sobre la marca donde se hace referencia al valor de la gravedad absoluta,
- El gradiente vertical de gravedad utilizado para la transferencia del valor de la gravedad a lo largo de la vertical, y
- Otros efectos instrumentales también deben ser documentados y aplicados.

3.2.3 Red gravimétrica Chilena

En 1948, el *National Imagery Mapping Agency* (NIMA) junto con el IGM, comenzaron a realizar observaciones con gravímetros Worden aerotransportados, generando la línea poligonal gravimétrica Cerrillos – Puerto Montt - Balmaceda - Puerto Natales - Punta Arenas. Estos valores de gravedad fueron referidos al sistema de Potsdam y se obtuvieron por transporte a Santiago desde Washington mediante determinaciones relativas con gravímetros pendulares modelo Brown de *U.S. Coast and Geodetic Survey*.

Entre 1949 y 1955 se realizaron observaciones gravimétricas en varios aeródromos comprendidos entre Santiago y Punta Arenas (ver tabla 3.1), con gravímetros "Frost" y "Worden".

Ciudad	gravedad (mGal)	Ciudad	gravedad (mGal)
Arica	978510.5	Los Ángeles	979912.4
Iquique	978679.1	Victoria	979923.3
Tocopilla	978610.0	Temuco	980040.6
Cerro Moreno	978884.9	Valdivia	980144.8
Taltal	978842.5	La Unión	980206.9
Chañaral	979083.9	Osorno	980261.3
Copiapó	978995.9	Chamiza	980303.8
Vallenar	979078.0	Ancud	980402.6
La Serena	979343.5	Castro	980443.9
Ovalle	979346.6	Quellón	980495.8
Illapel	979346.0	Río Cisnes	980361.8
Los Cerrillos	979449.1	Coihaique	980569.6
Rancagua	979481.2	Balmaceda	980550.2
Curicó	979644.8	Chile Chico	980642.6
Talca	979725.6	La Colonia	980742.7
Cauquenes	979815.2	Natales	981216.2
Chillán	979823.0	Punta Arenas	981330.2
Concepción	979969.8		

Tabla 3.1: Valores de gravedad en aeródromos Chilenos

En 1956 se inician observaciones para el estudio de las anomalías de gravedad, con fines a la determinación de la desviación de la vertical, buscando la probable ubicación de un punto Datum de Gravedad Nacional. En la zona central del país, y en un área correspondiente a un radio aproximado de 150 km., cuyo centro es el pueblo de Buín ($33^{\circ}44'S$ y $70^{\circ}41'W$), se efectuó una densificación gravimétrica de alrededor de 600 estacionamientos, alcanzándose una precisión de 0.2 mGal. Estas observaciones fueron realizadas con gravímetros Askania, modelo GS9 N°9.

En 1957, a partir de un estudio de la carta de anomalías de Aire

Libre, se seleccionó el vértice trigonométrico San José como punto Datum Gravimétrico Nacional, ubicado en la comuna de Maipú, en un sector en que la gradiente de la anomalía presentaba un comportamiento regular. En el año 1957 se hicieron observaciones astronómicas y, posteriormente, se vinculó mediante la observación de un cuadrilátero al PSAD56.

Un año mas tarde, se calcularon y revisaron las observaciones gravimétricas efectuadas en 475 pilares de las líneas de nivelación existentes en la zona norte del país, con el fin de determinar la corrección ortométrica. Entre los años 1960 y 1965, se realizaron levantamientos conforme a las especificaciones del Instituto Panamericano de Geografía e Historia (IPGH) y los valores calculados están referidos al Sistema de Potsdam, los que se obtuvieron por transporte a Santiago desde Washington, mediante determinaciones relativas con péndulos modelo Brown. Entre los años 1966 al 1975, se realizan varias campañas gravimétricas, tanto al norte como al sur del país, con base en un gravímetro Lacoste & Romberg. La fig. 3.11 presenta la distribución de las estaciones gravimétricas entre los años 1948 y 1975.

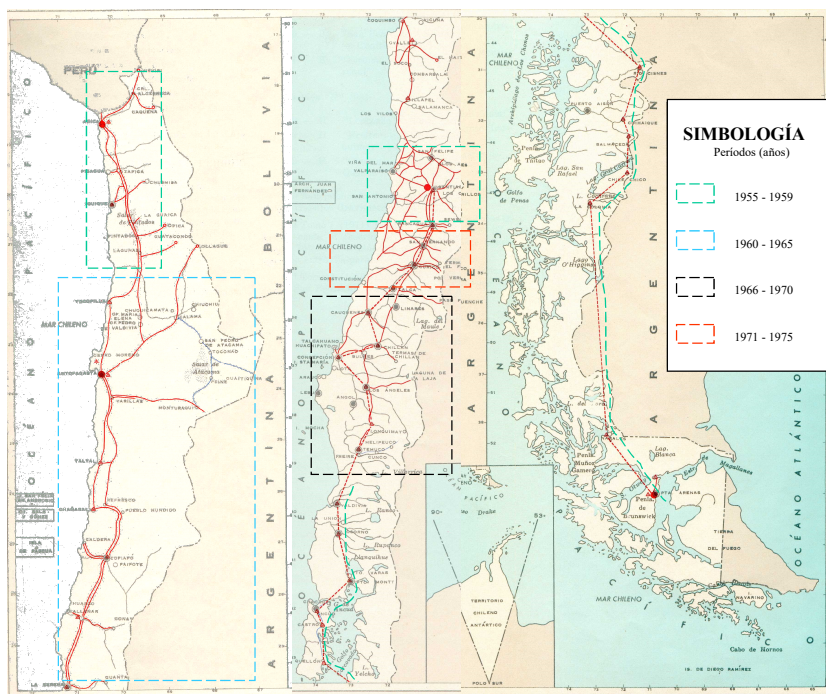


Figura 3.11: Datos gravimétricos período 1948 - 1975. Tomado de IGM (2009)

Entre los años 1999 y 2000, se crea la Red Gravimétrica Nacional, comenzando con la determinación de cuatro estaciones de gravedad absoluta, distribuidas a lo largo del territorio nacional. Esta etapa se

desarrolló en forma conjunta entre el NIMA y el IGM. La localización de las estaciones de gravedad absoluta es: Iquique, Santiago, Puerto Montt, y Punta Arenas. El instrumental que se utilizó fue un gravímetro absoluto Micro-G Solutions, Inc. FG5, con una precisión de 0.025 mGal. Para la determinación de las estaciones excéntricas se utilizaron gravímetros relativos LaCoste & Romberg modelo G. Posteriormente en el período 2000-2007 en colaboración con el Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), y la Universidad de Sao Paulo, se realizan siete campañas gravimétricas durante las cuales se determinan 70 Estaciones de Gravedad Relativas, cubriendo la totalidad del territorio nacional y se obtienen más de dos mil quinientos puntos de densificación. Paralelamente, el Dr. Sylvain Bonvalot del *Institut de Recherche pour la Développement* (IRD) y el Departamento de Geofísica de la Universidad de Chile, llevan a cabo el proyecto ECOS - CONICYT N° Co0U03 "Estudio de movimientos verticales en los Andes centrales", desarrollado básicamente en la Primera Región. Dicho proyecto contempló la determinación de once estaciones de Gravedad Absoluta. En el perfil Iquique – Minera Doña Inés de Collahuasi, cinco estaciones, en el perfil Valparaíso – Valle Nevado, cuatro estaciones, además, una estación en el entonces observatorio transportable TIGO, y la última estación en la ciudad de Pucón.

De esta manera la Red Nacional de Gravedad está conformada por quince estaciones de Gravedad Absoluta y setenta Estaciones de Gravedad Relativa la cual se encuentra a disposición de la comunidad científica nacional, para desarrollar nuevos proyectos tendientes a establecer un modelo geoidal local para Chile, como asimismo, la aplicación en otros campos relacionados con la geofísica, geología, sismología, etc.

Los requisitos de precisión para gravedad absoluta es 0.025 mGal, y para estaciones relativas, una precisión de 0.05 mGal con respecto a la estación absoluta (IGM, 2009).

3.3 Preguntas y problemas propuestos

1. Calcular las alturas normales (H^N) para las estaciones B y C de una de las líneas de nivelación de la red vertical de Chile.

Estación	$\varphi[deg.]$	$\lambda[deg.]$	$g[m/s^2]$	$H [m]$	$h [m]$
A	-36.704444	-73.111944	9.7995044	0	0
B	-37.029072	-72.436183	9.7989206	118.211	138.527
C	-37.052402	-72.352428	9.7988768	135.309	154.235

Usar las constantes y parámetros del campo de gravedad normal

GRS80,

$$\begin{aligned}a &= 6378137,0[m] \\ e^2 &= 0,0066943800 \\ GM &= 3986005e + 008[m^3/sec^2] \\ \omega &= 7292115e - 011[rad/sec]\end{aligned}$$

2. Use la herramienta del sitio <http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints> para obtener los valores de ondulación geoidal (N) del modelo SGG-UGM-2 en los sitios indicados en la tabla 2, considerando el Reference System como WGS-84, y aplique el Zero Degree Term. Los otros parámetros manténgalos por defecto. Además, realice una evaluación del modelo SGG-UGM-2 con base en las estimaciones de 'ondulación geoidal' dada en la relación:

$$N_{gnss/niv} = h - H \quad (3.15)$$

Donde $N_{gnss/niv}$, h , y H , son la ondulación geoidal (aproximadamente!), la altura elipsoidal, y la altura ortométrica, respectivamente.

Estación	$\varphi[deg.]$	$\lambda[deg.]$	H [m]	h [m]
840U	-1.297517666667	-47.949816416667	45.789	19.940
930A	-4.271388888889	-49.925000000000	89.762	65.850
987Z	-8.239742666667	-49.530042972222	201.314	178.520
993D	-7.142401888889	-55.382231138889	224.499	208.570
1330D	-2.426353944444	-54.701348972222	30.061	9.100
1332D	-5.069667972222	-56.157461944444	108.860	91.000
1623U	-2.992503611111	-47.363270944444	77.750	51.120
1640P	-1.724883916667	-48.889639944444	6.512	-18.360
9031V	-1.211136250000	-47.146499861111	35.494	9.780

3. Si las coordenadas de los mareógrafos de Arica y Talcahuano son $\varphi_A = -18,466667^\circ$, $\lambda_A = -70,333333^\circ$ y $\varphi_T = -36,683333^\circ$, $\lambda_T = -73,100000^\circ$, respectivamente. Use el modelo de **SSTop** (*Mean Dynamic Topography*) CNES-CLS22 para estimar las posibles diferencias sistemáticas asociadas a la superficie de referencia entre las alturas propagadas desde los mareógrafos de Arica y Talcahuano. Por simplicidad, se considera sólo la **SSTop**, sin embargo, también hay otras variables (e.g., variación temporal).

4

Sistema Satelital de Navegación Global - GNSS

Durante los últimos 45 años, la determinación rápida y confiable de coordenadas geoespaciales ha sido posible gracias al desarrollo y consolidación del GNSS. Al inicio, los sistemas de posicionamiento satelital diseñados y operados por los Estados Unidos y la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (U.R.S.S., hoy día Federación de Rusia), fueron los que lograron surgir como parte de iniciativas de estricta índole militar, estos son el GPS y GLONASS, los cuales representaron la evolución directa de las técnicas pre-existentes Transit y Tsikada respectivamente.

A pesar que otros arreglos satelitales para el posicionamiento comenzaron su génesis décadas después que el GPS y GLONASS, el término colectivo GNSS comenzó a utilizarse desde 1991 en el marco de la 10ma Conferencia de Navegación Aérea celebrada en la ciudad de Montreal (Canadá), con el auspicio de la ICAO (International Civil Aviation Organization; <https://www.icao.int>), ver Seeber (2003b). Desde entonces, y ante las aplicaciones directas en la navegación aérea, marítima y terrestre, el interés por parte de la comunidad de usuarios fue incrementándose de forma sostenida, logrando de hecho, apoyo de las Naciones Unidas, al establecer en 2005 el Comité Internacional sobre Sistemas Globales de Navegación Satelital (ICG por sus siglas en inglés; <https://www.unoosa.org/oosa/en/ourwork/icg/icg.html>), con la finalidad de promover la cooperación en asuntos de interés relacionados con el posicionamiento y navegación civil de tipo satelital y otros servicios con valor agregado (UNOOSA, 2014).

Hoy día, es de cultura general saber ciertos aspectos sobre el GNSS gracias a la extensa variedad de aplicaciones que de manera directa o indirecta se benefician de los productos que ofrece dicha técnica de posicionamiento basada en satélites artificiales, sin embargo, para profesionales en el área de las geociencias, es imprescindible conocer a profundidad la arquitectura y funcionamiento, al tratarse de la principal herramienta tecnológica capaz de proveer posición global y

precisa, sustentar la navegación y medir el tiempo con significativas ventajas respecto a otras técnicas geodésicas.

En esta sección se exponen aspectos generales acerca de esta técnica de adquisición geodésica, y de antemano es recomendable para el lector, la consulta en bibliografía especializada, que permita una profundización conceptual sobre el fundamento y operatividad del sistema, como por ejemplo: Montenbruck et al. (2017), Xu and Xu (2016), Leick et al. (2015), Hofmann-Wellenhof et al. (2007), Teunissen (2017), entre otros.

Desde una perspectiva geodésica, el GNSS puede ser definido y entendido como aquella técnica de radionavegación que, basada en una multi-constelación de satélites artificiales, hace posible la determinación precisa de soluciones para posición, navegación y tiempo (PNT) de cualquier usuario ubicado sobre o cerca de la superficie terrestre. En este “sistema de sistemas” se agrupan: los sistemas globales de navegación, que proveen productos confiables a cualquier usuario independientemente de su ubicación, los sistemas de aumentación, o *Satellite Based Augmentation Systems (SBAS)* diseñados para proveer información adicional que permite mejorar el desempeño de un sistema global en cuanto a la estimación PNT refiere sobre áreas específicas (ver fig. 4.1); y los sistemas regionales de navegación, que permiten la obtención de los mismos productos que los globales solo que dentro de una determinada región (e.g., Este de Asia y Oceanía para el caso de *Quasi-Zenith Satellite System (QZSS)*, subcontinente indio para NavIC). En cada uno de los constituyentes del GNSS se encuentran los diferentes sub-sistemas, indicados en la tabla 4.1.

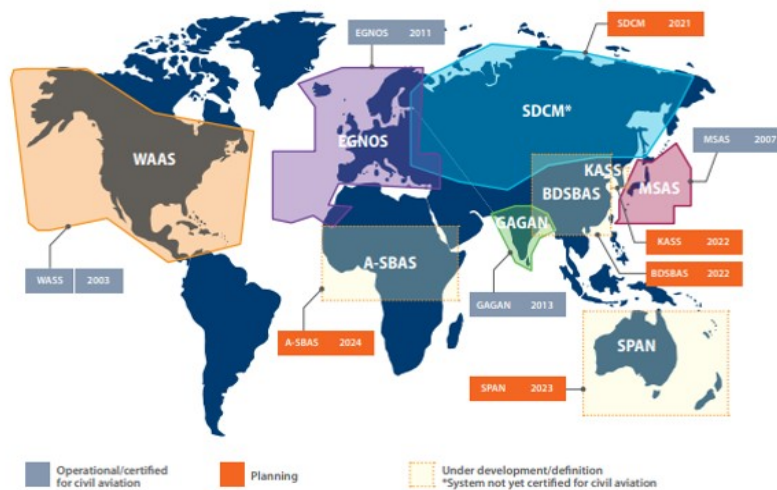


Figura 4.1: Cobertura de los sistemas de aumentación o SBAS, <https://gssc.esa.int/navipedia>

Componente	Sub-sistema	Desarrollador
Sistemas Globales de Navegación	GPS	EE.UU.
	GLONASS	Rusia
	Galileo	Unión Europea
	BeiDou	China
SBAS	WAAS (Wide Area Augmentation System)	EE.UU.
	EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service)	Unión Europea
	SDCM (System for Differential Corrections and Monitoring)	Rusia
	MSAS (Multi-functional Satellite Augmentation System)	Japón
	GAGAN (GPS Aided Geo Augmented Navigation System)	India
	SNAS (Satellite Navigation Augmentation System)	China
	NavIC (Navigation with Indian Constellation)	India
	QZSS	Japón

Tabla 4.1: Constituyentes del GNSS

Dado el alcance de esta publicación, se tratará lo concerniente a los sistemas globales. Estos comparten una misma base conceptual en relación a otras técnicas de adquisición geodésica para la estimación de sus productos. La fig. 4.2 ilustra el principio vectorial de la Geodesia Satelital: asumiendo la existencia de un sistema de referencia geocéntrico bien definido (i.e. *ITRS*), un satélite artificial en órbita terrestre *S*, una estación en tierra *P*, y alguna magnitud observable *ro* definida entre el satélite y la estación, la estación y el satélite, o entre dos satélites, es posible:

- determinar la posición 3D del satélite (es decir, su órbita) partiendo del conocimiento a priori de la posición de la estación *P* y de la observable
- determinar la posición 3D de la estación partiendo del conocimiento a priori de la posición del satélite *S* y de la observable

Gracias a la introducción del sistema cartesiano, la estimación se resume en una diferencia de vectores (ecuación fundamental de la Geodesia Satelital):

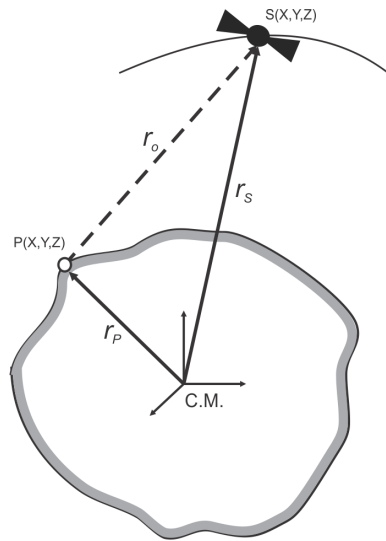


Figura 4.2: Principio vectorial de la Geodesia Satelital

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_S - \mathbf{r}_O \quad (4.1)$$

siendo $\mathbf{r}_P$ el radio vector geocéntrico de la estación P y $\mathbf{r}_S$ el radio vector geocéntrico del satélite S ; es obvio que cada uno se compone de coordenadas geocéntricas cartesianas $[X, Y, Z]$, a excepción de la observable, que puede ser una dirección, distancia, o diferencia de distancia. En el caso específico del GNSS, la variante aplicada a este principio, se centra en la forma de determinar la observable.

La estimación de posición GNSS viene dada por una trilateración espacial inversa, lo que implica que se asume la distancia como magnitud observable de la técnica, materializada de manera unidireccional entre los satélites emisores de una cierta radioseñal y los receptores de la misma situados en tierra. Por otra parte, la posición de los satélites, agrupados en constelaciones, respecto a un sistema de referencia geocéntrico consistente y altamente preciso, debe ser conocida y de alta calidad, pues son ellos quienes se consideran como puntos fiduciales al momento de resolver la trilateración.

Para lograr la funcionalidad, el GNSS se sustenta en la arquitectura de cada uno de los sub-sistemas, conformada por tres segmentos principales (espacial, de control y usuario), diseñados de manera coherente para garantizar una óptima operación las 24 horas del día, con una cobertura global y bajo cualquier condición meteorológica, entre otras características que le otorgan al GNSS ventajas significativas respecto a las demás técnicas geodésicas. El funcionamiento de cada segmento está concebido sólo para un sistema global en particular, de manera que las diferencias o

particularidades, son de relevancia al momento de procurar un uso combinado de observaciones/estimaciones multi-constelación.

Se entiende por segmento espacial al conjunto o arreglo de satélites artificiales (también denominados como vehículos espaciales, SV por sus siglas en inglés), que orbitan la Tierra y que cumplen dos funciones vitales: servir como puntos de control dentro de la red de trilateración espacial, y emitir señales de radio que permiten la estimación de la distancia satélite-receptor. Por lo general, las constelaciones de los sistemas GNSS están situadas en la región de las órbitas media (o MEO, Medium Earth Orbit), región del espacio comprendida entre los 19100 km hasta más de 23500 km de altura sobre la superficie terrestre, como es ilustrado en la fig. 4.3. Las órbitas GNSS son casi circulares y los arreglos que han sido diseñados e implementados siguiendo una constelación tipo Walker (Misra, 2006) garantizan la disponibilidad de satélites suficientes para realizar la observación en cualquier momento y lugar donde se encuentre el usuario. Otra implicación de interés que se desprende del tipo de órbita MEO utilizada, es el paso de los satélites sobre la estación en tierra: dos veces al día (pues el periodo orbital está entre od.46 a od.60) y su duración es prolongada (5h aproximadamente para el caso del GPS).

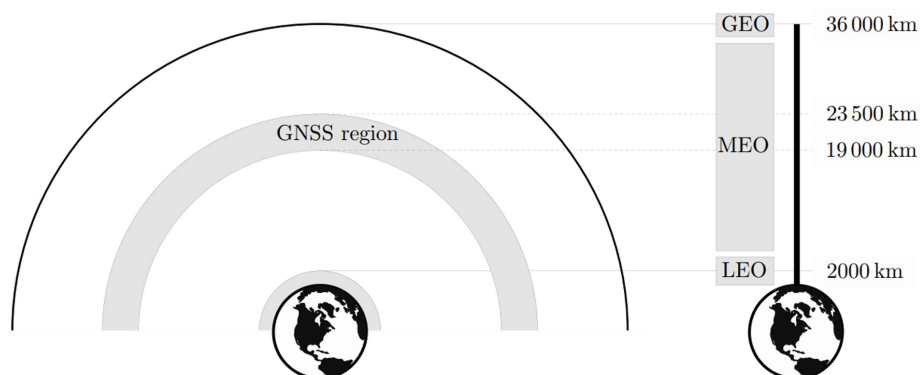


Figura 4.3: Ubicación de los satélites GNSS según su altura de vuelo (Meindl, 2011)

La tabla 4.2 resume algunas características de las órbitas de las cuatro constelaciones de los actuales sistemas globales. Tanto la cantidad de satélites como la geometría de la órbita para los modernos sistemas de navegación satelital, han sido establecidos atendiendo a los siguientes criterios (Meindl, 2011):

- Al menos cuatro satélites deben ser visibles en cualquier momento y lugar sobre o cerca de la superficie terrestre
- La constelación debe requerir (preferiblemente) de un bajo nivel de sostenimiento, esta debe superar fallas y posibilitar el reposicionamiento de los satélites de manera sencilla

- Debe ser estable a fin de minimizar costos asociados con el mantenimiento de la posición nominal de sus satélites
- Una buena distribución geométrica de los satélites en términos de azimut y elevación debe asegurarse para proporcionar buena precisión en la estimación de productos
- La construcción y mantenimiento de los satélites debe ser relativamente económica.

Las fases de diseño, lanzamiento y monitorización de los satélites una vez puestos en órbita, son responsabilidad de sus correspondientes operadores, a saber: Departamento de Defensa de los EE.UU. (GPS); Roscosmos (GLONASS); Comisión Europea, Agencia Espacial Europea y Agencia Europea GNSS (Galileo); Agencia para la Navegación Satelital de China (BeiDou), solo Galileo tiene un control civil. Todo el conjunto de tareas involucradas para garantizar el funcionamiento de los sistemas se sustenta en una compleja infraestructura que define a los respectivos segmentos de control. En general, sus funciones pueden resumirse en las siguientes:

- Velar por el adecuado funcionamiento del hardware y software de los satélites que integran las constelaciones, incluyendo la estructura misma del vehículo espacial
- Monitorizar las órbitas de los satélites a fin de garantizar su adecuada posición dentro del plano orbital o reposicionándolo de ser necesario
- Mantener las escalas de tiempo atómico propias de cada sistema
- Calcular y predecir tanto las efemérides como los parámetros de reloj de los satélites, tarea ésta orientada hacia la confección del mensaje de navegación.

El segmento de control logra efectuar dichas tareas basándose en una red compuesta por estaciones monitoras que permanentemente realizan rastreo continuo de los satélites, estaciones centrales en las que tiene lugar la supervisión de las constelaciones, y estaciones inyectoras desde las cuales se envían datos, información e instrucciones a cada satélite, necesaria para su funcionamiento y la operatividad del sistema. Este conjunto de estaciones, se encuentran distribuidas dentro de algún territorio en específico, y exceptuando el caso de Galileo, también son administradas por las fuerzas militares de los países involucrados.

La fig. 4.4 representa el segmento de control del GPS, un total de doce antenas para la comunicación bidireccional entre los satélites y

	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou
Semieje mayor (km)	26560	25510	29610	27840
Altura (km)	20200	19100	23222	21528
Excentricidad	0.02	0	0.001	0 (MEO)
Inclinación	55 ^o	64.8 ^o	56 ^o	55 ^o
Ascensión recta del nodo ascendente	60 ^o	120 ^o	120 ^o	120 ^o
Periodo (en tiempo sidéreo)	11h58m02s	11h15m44s	14h04m45s	12h53m00s
Repetición de la geometría orbital	cada día sidéreo	cada 8 días sidéreos	cada 10 días sidéreos	cada 7 días sidéreos
Primer lanzamiento	22.02.1978	12.10.1982	28.12.2005	14.04.2007
Cantidad satélites	27+3 MEO	24+3 MEO	27+3 MEO	27 MEO 5 GEO 3 IGSO
Planos orbitales	6	3	3	3
Satélites por plano	4	8	10	3

Tabla 4.2: Características de los arreglos orbitales GNSS

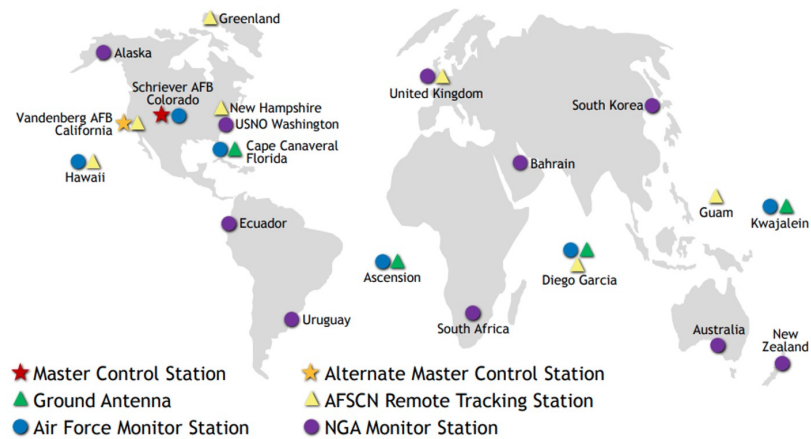


Figura 4.4: Segmento de Control GPS, <https://www.gps.gov>

las estaciones de control haciendo uso de la banda S, y dieciséis estaciones monitoras, se localizan en diferentes regiones del mundo. La estación principal (*Master Control Station*) se localiza en la Base Schriever de la Fuerza Aérea de ese país, en el Estado de Colorado. Por su parte, en la fig. 4.5 se presenta el segmento de control **GLONASS**, localizado dentro de territorio ruso y de los antiguos Estados de la U.R.S.S.; la estación de control del sistema (SCC) opera en Krasnoznamensk, existen cinco centros de telemetría, rastreo y comando (TT&C), un reloj central (CC-M) que mantiene la escala de tiempo del sistema, tres estaciones inyectoras, dos estaciones para el rastreo laser (LS) vía **SLR** de los satélites y un total de 10 estaciones monitoras (MS), además, Roscosmos utiliza datos de la red global del **IGS** para complementar la monitorización de la constelación (Langley, 2017). Los segmentos de control de Galileo y BeiDou están diseñados bajo criterios similares a los del **GPS** y **GLONASS**, y sus respectivas infraestructuras han venido evolucionando a la par del desarrollo de sus segmentos espaciales.

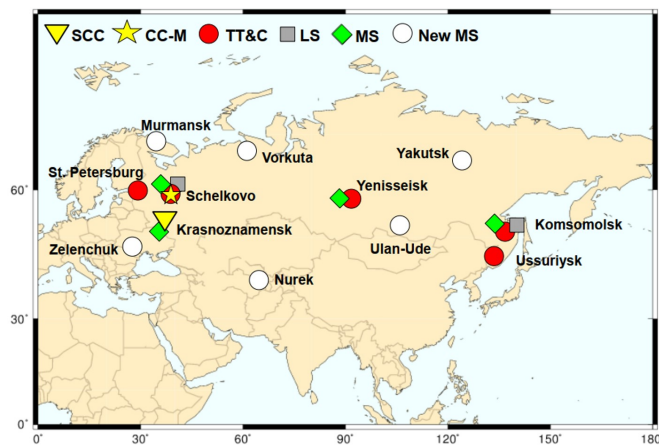


Figura 4.5: Segmento de Control **GLONASS** (Sanz et al., 2013)

El tercer componente de la arquitectura del **GNSS** es el denominado segmento usuario, integrado por el conjunto de receptores capaces de rastrear e interpretar la variedad de señales emitidas desde los satélites de cada constelación a fin de ofrecer posición, velocidad y tiempo. En este sentido, toda persona que haga uso del **GNSS** para el desarrollo de cualquier aplicación, forma parte de este segmento. El diseño, fabricación y comercialización de instrumentos receptores se ha convertido en una industria multimillonaria durante los últimos años, siendo responsable en buena medida de la amplia aceptación del uso combinado de los sistemas globales de navegación satelital por parte del usuario que se desempeña en actividades vinculadas o no con las geociencias.

El segmento usuario, al obedecer a las necesidades del mercado,

guarda una estrecha conexión con la innovación tecnológica. La evolución en hardware y software ha sido sostenida en el tiempo, hecho evidente para la comunidad de usuarios GNSS. Al respecto, se recomiendan las revistas GPS World (<https://www.gpsworld.com>) e InsideGNSS (<http://www.insidegnss.com>), que muestran el panorama actual en torno a esta industria. Como antecedente de interés, el primer instrumento receptor GPS de uso geodésico fue diseñado por el (*Massachusetts Institute of Technology* - MIT en 1982 (Misra, 2006) y para 1990 se desarrolla un primer prototipo de receptor GPS+GLONASS (Lollock et al., 2012). Hoy en día se cuenta con equipos multiconstelación con capacidades y características no previsibles en aquellos años. Más de cincuenta casas fabricantes de instrumental GNSS compiten en el mercado, ofreciendo cada una un promedio de diez modelos de receptor para satisfacer todas las posibles aplicaciones.

En un sentido básico, el instrumental GNSS es el dispositivo que integra hardware y software para:

- Detectar, identificar, rastrear y decodificar las señales asociadas a cada SV
- Decodificar la señal de navegación
- Determinar las pseudodistancias entre los satélites y el receptor
- Determinar posición del usuario y otros productos
- Almacenar los datos y la información en su memoria
- Presentar la información al usuario

El tipo y cantidad de señales que son capaces de rastrear, y el tratamiento interno que hacen, son los factores que por lo general se utilizan para categorizarlos, pero, una manera práctica de hacerlo es en tres grandes grupos: navegadores (incluyendo aquí teléfonos inteligentes y similares), topográficos y geodésicos. Todo tipo de instrumento debe disponer de su antena receptora, sección de rastreo y tratamiento de la señal, microprocesador, oscilador, fuente de poder, interfaz con el usuario y periféricos.

A fin de mantener su lugar como proveedores de servicios de posicionamiento satelital, en un ámbito geopolítico y geoeconómico, los sistemas satelitales (globales, regionales y de aumentación), han venido modernizándose y a su vez, desarrollando las capacidades necesarias para la interoperabilidad. Esta fase de modernización abarca en líneas generales, el diseño y lanzamiento de satélites con mejoras significativas a nivel tecnológico, capaces de transmitir mayor variedad de señales para la radionavegación, lo que requiere la

instalación y mejoramiento de los centros de rastreo y control junto a un mejoramiento y adaptación del instrumental a ser utilizado dentro del amplio espectro de aplicaciones de la técnica satelital. De esta manera, el segmento espacial, de control y usuario se ven impactados de manera significativa, traducido en mejoras a nivel de productos PNT.

El estado actual e información relacionada con los sistemas GNSS puede encontrarse en los respectivos sitios web:

- GPS: <https://www.gps.gov>
- GLONASS: <https://glonass-iac.ru>
- Galileo: <https://www.gsc-europa.eu>
- BeiDou: <http://www.beidou.gov.cn>

4.1 La señal GNSS

La señal utilizada por los GNSS tiene una naturaleza electromagnética, ubicándose dentro de la banda L del espectro (se trata de radio-señales) y es generada en cada uno de los satélites de las diferentes constelaciones gracias a la presencia de osciladores altamente estables (cesio, rubidio o máseres de hidrógeno). A través de la recepción de la señal, el usuario logra determinar su posición pues hace posible la obtención de la distancia satélite-receptor definida como magnitud observable de la técnica y además contiene información que describe la ubicación de los satélites en función del tiempo, recordando que estos actúan como puntos de referencia en el espacio.

Por ende, la señal es compleja en sí misma, de amplio espectro y transmitida vía *Code Division Multiple Access* - CDMA o *Frequency Division Multiple Access* - FDMA para el caso de GLONASS; su diseño busca satisfacer las necesidades de cada operador en cuanto a los servicios de posicionamiento a ofrecer (libre, comercial, restringido) y en general, se compone de portadoras responsables de transportar a los códigos, que en primera instancia son los que posibilitan la medición de distancias, y al mensaje de navegación, cuyas características resultan variables según el sistema que se esté tratando, este es quien provee información orbital para la determinación de la posición de los satélites.

En cuanto a los códigos, su obtención obedece generalmente a una modulación tipo *Binary Phase-Shift Keying*-BPSK, adquiriendo así su característica de pseudo-aleatoriedad, refiriéndose a ellos como códigos *Pseudo-Random Noise*-PRN. Otras técnicas de modulación o sub-modulación que dan origen a códigos son la *Binary Offset*

Carrier-BOC, Composite Binary Offset Carrier-CBOC, Alternate Binary Offset Carrier-AltBOC o Quadrature Phase Shift Keying-QPSK. Las características de las señales empleadas son documentadas por cada operador de los sistemas mediante el denominado documento para el control de interfaces (ICD en inglés).

Una forma simple de entender el proceso de generación de la señal GNSS es el siguiente: los osciladores a bordo de los satélites GNSS dan origen a una señal fundamental cuyo valor de frecuencia es sometido a un determinado multiplicador dando paso a las portadoras, que luego son moduladas a nivel de sus fases para obtener los códigos PRN y en su frecuencia para obtener el mensaje de navegación. Tomando la información disponible en los ICD de cada sistema global de navegación satelital, se ofrece una breve descripción sobre las características elementales de portadoras y códigos PRN que se están transmitiendo o se espera hacerlo en los próximos años por parte de los GNSS.

La tabla 4.3 muestra los componentes de la señal GPS cuya primera modificación se inicia en 2005 al incluirse nuevos componentes de acuerdo al plan de modernización. Al incorporar una mayor cantidad de señales es viable la reducción de determinadas fuentes de error, lo que es ideal para el posicionamiento de alta precisión. Los códigos tradicionales PRN son el C/A de libre acceso para todo usuario y el P reservado para usuarios autorizados (agencias del gobierno de los EE.UU.). El segundo código civil superpuesto sobre la portadora L2 y denominado L2C (similar al C/A sobre la L1), fue diseñado para cumplir requerimientos comerciales en el área de la navegación. Davis y Ta (2012) señalan la ventaja de L2C al momento de mitigar interferencias, esto como resultado del avanzado formato del código PRN, contando con dos sub-códigos denominados L2C M (civil moderate) y L2C L (*civil long*). La tercera portadora L5 que también es emitida dentro de una banda reservada a la navegación aérea e incluirá códigos civiles, permitirá alcanzar mejoras en el posicionamiento de tipo absoluto basado en códigos facilitando, por ejemplo, la reducción de errores asociados con la propagación atmosférica. Otro código que tiene previsto ser implementado es el L1C, su diseño buscó garantizar la interoperabilidad del GPS con otros sistemas de navegación satelital, especialmente Galileo. Una característica fundamental de esta nueva señal, es que se genera por una modulación tipo MBOC, la cual mejora la recepción en entornos cerrados.

GLONASS por su parte, al implementar la técnica FDMA en sus transmisiones, cuenta con una señal distinta al resto de los GNSS en cuanto a su estructura, la misma se detalla en la tabla 4.4. Esto

GPS		
señal con frecuencia fundamental $f_0 = 10,23$ MHz		
Portadoras	Códigos	Mensaje de Navegación
L ₁	C/A por BPSK	parámetros orbitales, almanaque, parámetros de tiempo y correc. de reloj, información del sistema, correc. ionosférica
Multiplicador 154	P(Y) por BPSK	
$f_1 = 1575,42$ MHz	L1C por MBOC	
$\lambda_1 \sim 19,03$ cm	M por BOC	
L ₂	L2C por BPSK	tipos: NAV (mensaje tradicional), modulado en L ₁ y L ₂ , CNAV (modulado en L2C y L5),
Multiplicador 120	P(Y) por BPSK	
$f_2 = 1227,60$ MHz	M por BOC	
$\lambda_2 \sim 24,42$ cm		
L ₅		CNAV-2 (modulado en L1C),
Multiplicador 115	L5-I por BPSK	L5-CNAV (modulado en L5-I),
$f_5 = 1176,45$ MHz	L5-Q por BPSK	MNAV (de uso militar)
$\lambda_5 \sim 25,48$ cm		

Tabla 4.3: Caracterización de las señales GPS

implica que cada satélite emite un mismo código pero a través de diferentes portadoras, de ahí que las portadoras originadas a partir de la frecuencia fundamental f_0 de paso a sub-bandas dentro de un intervalo de frecuencias definidas, cada elemento en órbita transmite una sub-banda propia obtenida de acuerdo a las siguientes relaciones matemáticas (Hofmann-Wellenhof et al., 2007)

$$f_{1k} = f_1 + \Delta f_1 k \quad (4.2)$$

$$f_{2k} = f_2 + \Delta f_2 k \quad (4.3)$$

$$f_{3k} = f_3 + \Delta f_3 k \quad (4.4)$$

en donde k representa el canal de cada frecuencia dentro del intervalo (ver tabla 4.4), doce en total (-7 a +6). Un mismo canal es asignado a dos satélites que comparten su plano orbital pero que se encuentren en posición antipodal, de esta manera un receptor en tierra nunca podrá rastrear ambos satélites que emitan la misma señal. El término Δf indica el incremento de las frecuencias transmitidas en dos canales adyacentes. Sobre la tercera portadora GLONASS, la información disponible y aquí presentada, tiene un carácter provisional pues aun las características de la misma no han sido clarificadas por las autoridades operadoras del sistema, sin embargo, está siendo transmitida por un reducido número de elementos en órbita del grupo de satélites GLONASS-M y GLONASS-K. Existen acuerdos entre comisiones bilaterales de los

EE.UU. y la Federación Rusa sobre la adopción de la técnica CDMA para beneficio de los usuarios GNSS.

GLONASS		
señal fundamental con frecuencia $f_0 = 178$ MHz		
Portadoras	Códigos	Mensaje de Navegación
G1 $f_1 = 1598,0625$ a 1605.3750 MHz $\lambda_1 \sim 18,8$ a 18.7 cm	C/A por BPSK P por BPSK	coordenadas geocéntricas de los satélites, su velocidad, correc. por atracción luni-solar, parámetros de tiempo y correc. de reloj, entre otros.
G2 $f_2 = 1242,9375$ a 1248.6250 MHz $\lambda_2 \sim 24,1$ a 24.0 cm	C/A por BPSK P por BPSK	
G3 $f_3 = 1202,025$ MHz $\lambda_3 \sim 24,9$ cm	C/A2 por BPSK P2 por BPSK	se transmite un tipo sobre el código C/A y otro sobre P

Tabla 4.4: Caracterización de las señales GLONASS

Con Galileo, las características de su señal revelan un cambio de paradigmas en comparación con GPS o GLONASS, esto se debe a los diferentes niveles de servicio que ofrece el sistema europeo, a saber: *Open Service-OS*, *Commercial Service-CS*, *Safety-of-Life-SoL*, *Public Regulated Service-PRS* y *Search and Rescue Service-SAR*, mayor información sobre las características de cada uno de ellos puede obtenerse en <https://www.gsc-europa.eu>. La tabla 4.5 muestra algunos detalles sobre la señal. Dichos servicios de posicionamiento Galileo, son cubiertos con cuatro portadoras y no menos de ocho códigos cuyo proceso de obtención incluye algoritmos de modulación distintos a la comúnmente empleada modulación binaria bifásica o BPSK, atendiendo además a la interoperabilidad. Así por ejemplo, la portadora E1 está destinada tanto al servicio abierto como para público regulado (este último reservado a autoridades de la Unión Europea) y se corresponde a L1 del GPS, de igual modo E5a corresponde a L5 GPS. La portadora E6 no está definida completamente, pero los usuarios ya pueden tener libre acceso a E1, E5a y E5b con un alto desempeño frente a fuentes de error (Montenbruck et al., 2014). El mensaje de navegación transmitido por Galileo también guarda relación con el tipo de servicio de posicionamiento.

Finalmente, en la tabla 4.6 se muestran los rasgos principales de la señal BeiDou. Los componentes con subíndice Q y la portadora B3 han sido reservadas para el servicio de acceso restringido (autoridades chinas). Los elementos en órbita de la constelación

Galileo		
señal fundamental con frecuencia $f_0 = 10.23$ MHz		
Portadoras	Códigos PNR	Mensaje de Navegación
E1		
Multiplicador 154	C_{E1-A} por BOC	
$f_1 = 1575,42$ MHz	C_{E1-B} por MBOC	
$\lambda_{19,0}$ cm	C_{E1-C} por MBOC	
E5a		
Multiplicador 115	C_{E5a-I} por AltBOC	Contiene parámetros orbitales, almanaque, parámetros de tiempo, datos complementarios, otros
$f_{5a} = 1176,45$ MHz	C_{E5a-Q} por AltBOC	
$\lambda_{5a} \sim 25,5$ cm		
E5b		
Multiplicador 118	C_{E5b-I} por AltBOC	Cuatro tipos de mensaje: F-NAV (Freely Accesible) sobre E5 I-NAV (Integrity) sobre E1 y E5b C-NAV (Commercial) sobre E6
$f_{5b} = 1207,14$ MHz	C_{E5b-Q} por AltBOC	
$\lambda_{5b} \sim 24,8$ cm		
E6		G-NAV (Governmental) sobre E1 y E6
Multiplicador 125	C_{E6-A} por BOC	
$f_6 = 1278,75$ MHz	C_{E6-B} por BPSK	
$\lambda_6 \sim 23,4$ cm	C_{E6-C} por BPSK	

Tabla 4.5: Caracterización de las señales Galileo

completa (i.e. MEO, GEO, IGSO), se encuentran habilitados para la transmisión en las tres portadoras, siendo B1 y B2 compatibles con L1 GPS y E5b Galileo respectivamente, al igual que B3 y E6 Galileo. Se tiene prevista una futura modificación a la señal según el plan de desarrollo del sistema. De acuerdo al tipo de satélite, el mensaje de navegación BeiDou difiere en cuanto al tipo de datos e información respecta. Más detalles pueden consultarse en su ICD.

En términos generales, al considerar la variedad actual y futura de las señales GNSS, la comunidad de usuarios espera contar con mecanismos reforzados para mitigar aquellos efectos negativos que perjudican el proceso de recepción en tierra (e.g., interferencias, multitrayectoria, otros) y que conllevan a estimaciones sesgadas, especialmente cuando se trata del posicionamiento absoluto. Además, la estructura de las modernas señales GNSS que proveen códigos no-encryptados sobre tres portadoras, abren el camino para el diseño de novedosas estrategias para la resolución de ambigüedades, análisis del ruido ionosférico, desarrollo de aplicaciones orientadas al sensoramiento remoto GNSS y más. Los esfuerzos actuales a nivel científico y técnico se han venido orientando al logro de la compatibilidad necesaria para que cualquier usuario pueda estimar

BeiDou		
señal fundamental con frecuencia $f_0 = 10.23$ MHz		
Portadoras	Códigos	Mensaje de Navegación
B1 Multiplicador 154 $f_1 = 1575,42$ MHz $\lambda_1 \sim 19,02$ cm	C_{B1I} por QPSK C_{B1Q} por QPSK	Dos tipos de mensaje:
B2 Multiplicador 116.5 $f_2 = 1191,79$ MHz $\lambda_2 \sim 25,15$ cm	C_{B2I} por BPSK C_{B2Q} por BPSK	D1 NAV, transmitido por los satélites MEO e IGSO, contiene parámetros básicos para la navegación, almanaque y derivas con las escalas de tiempo de los GNSS
B3 Multiplicador 124 $f_3 = 1268,52$ MHz $\lambda_3 \sim 23,63$ cm	C_{B3I} por QPSK C_{B3Q} por QPSK	D2 NAV, transmitido por los GEO y se incluyen datos asociados con el servicio de aumentación

Tabla 4.6: Caracterización de las señales BeiDou

posición, velocidad y tiempo con dos o más GNSS, sin riesgo de incompatibilidad entre componentes. Trabajos que reflejan un gran avance al respecto están siendo efectuados y presentados ante la comunidad de usuarios de manera constante.

A nivel instrumental también es generada una señal, réplica de la emitida desde los satélites, a diferencia que es un oscilador de cuarzo el utilizado para ello. La observable GNSS, es decir, la distancia satélite-receptor, es obtenida cuando se aplican procesos de contrastación (a nivel de los códigos PRN), y de conteo de fases (a nivel de las portadoras). Puesto que todos los componentes de la señal son enviados de manera conjunta, el receptor separa aquel a ser empleado, por ejemplo, un navegador, aunque rastree la portadora L1/GPS, se limita a extraer el código C/A y efectuar así la contrastación; un receptor de tipo geodésico, al menos debe ser capaz de recibir ambas portadoras GPS (L1 y L2) y los códigos C/A y P.

4.2 La combinación GNSS y evaluación de su rendimiento

Las necesidades de posicionamiento y navegación, en un amplio espectro de aplicaciones civiles, han sido cubiertas principalmente por el GPS desde la década de los años 80 del Siglo XX. Si la infraestructura que sustenta al sistema cumple las condiciones básicas para ofrecer productos asociados a la técnica de adquisición, con niveles de calidad (precisión y exactitud) plenamente satisfactorios según el ámbito de aplicación (e.g., centimétrico para la

Topografía, milimétrico para la Geodesia), entonces, al disponer de otros arreglos orbitales similares, otras señales e instrumental sofisticado para su recepción y tratamiento, queda sobrentendido el beneficio que ofrecen los GNSS para los distintos tipos de usuarios: mayor disponibilidad, reducción de los tiempos de observación, incremento en la cantidad de observaciones. En este sentido, trabajos que se sustenten en las modalidades absoluta y tiempo real (ambas inclusive) se ven más favorecidas.

Es por ello que la denominada “era GNSS”, se hace conveniente expandir las ideas asociadas con el GPS para una apropiada comprensión de los demás sistemas globales de posicionamiento satelital, pues la diversidad de constelaciones, las novedosas señales y estrategias para su recepción y tratamiento, abren paso a nuevos desarrollos basadas en las mejoras o beneficios de contar con estas, sin dejar de lado los SBAS y las potenciales aplicaciones de los sistemas regionales. Si bien las agencias gubernamentales responsables de los sistemas existentes y de aquellos en vías de emerger, son promotores de estos avances que demandan investigación científica y desarrollo tecnológico de alto nivel, es indiscutible el rol desempeñado por las casas fabricantes, haciendo al GNSS cada vez más accesible e indispensable para determinadas labores más allá de las propias del ámbito geoespacial.

Pero, ¿qué se entiende realmente como solución GNSS? La respuesta a esta interrogante se ha discutido durante años, hasta llegar a definir criterios para la valoración del rendimiento al momento de efectuar la observación y la estimación destinada a la obtención de resultados. Un producto GNSS per se, no viene dado por el uso de un instrumento capaz de rastrear dos ó más constelaciones; hace falta un proceso de cálculo que combine efectiva y eficazmente las diferentes observables elaboradas con cada señal, y al respecto, la comunidad científica ofrece aportes constantes hasta la fecha.

Algunos criterios asumidos para la evaluación del rendimiento, más allá de la calidad (precisión y exactitud) del posicionamiento, son:

- Interoperabilidad: puede entenderse como la capacidad para lograr una segura combinación entre los diferentes GNSS, convirtiéndose en el foco principal de todas las investigaciones e innovaciones en la materia; factores técnicos como la generación de las señales, diseño de la carga útil de los satélites, desarrollo instrumental y otros no-técnicos como la dinámica del mercado e industria y la geopolítica, entran en consideración cuando se valoriza

este criterio del rendimiento (Xiaochun et al., 2012). Con la interoperabilidad, se persigue proveer un mejor servicio al usuario en términos de alta calidad, confiabilidad, relación costo-beneficio y satisfacción, su logro depende estrechamente de la consistente implementación de los sistemas/marcos de referencia, escalas de tiempo, tratamiento y aprovechamiento de las señales; estos elementos deben garantizar la compatibilidad o habilidad ofrecida por los componentes del sistema de ser utilizados juntos o por separado sin causar interferencias o daños lo que justifica la diversidad de frecuencias.

- Disponibilidad: viene dada por la habilidad que tenga el GNSS de proveer servicio cuando se necesite sin depender de condiciones espaciales (e.g., obstrucciones) ni temporales, lo que se asocia con la continuidad, es decir, la utilización sin ningún tipo de interrupciones ni degradación intencional de sus señales. Ambos criterios definen junto a la capacidad de no ser vulnerable a radio interferencias, la robustez del GNSS.
- Integridad: se asocia con la capacidad de operar correctamente y de notificar de manera veraz y oportuna sobre la presencia de señales anómalas que causen estimaciones sesgadas de posición, velocidad y tiempo. De ser así, la calidad será una función de factores no-dependientes del sistema (cantidad de satélites visible, fuerza de la señal recibida, efectos ejercidos por el medio de propagación de la señal). Al respecto, solo Galileo ofrece ventajas dada su procedencia civil.

En este orden de ideas, al ser GPS y GLONASS los sistemas en operación plena, las evaluaciones sobre su combinación han permitido materializar el concepto de la interoperabilidad y su doble beneficio: optimización del control de calidad en estimaciones GNSS al contar con un sistema independiente y la obtención de soluciones geométricamente más robustas al combinar de manera directa ambos tipos de datos. Algunos antecedentes pueden encontrarse en Stewart et al. (2000). Estudios recientes incorporan sistemas en fase de implementación como Galileo y BeiDou, destacando el protagonismo del IGS (<https://igs.org>).

Son los elementos característicos de cada sistema, los analizados al momento de evaluar la combinación de observaciones/estimaciones GNSS. Por ejemplo, con GLONASS, los parámetros de su señal y la manera en la que es transmitida, da paso a sesgos inter-frecuencia que actúan directamente sobre las observables dificultando la obtención de resultados precisos con los modelos existentes y validados para el GPS. Varias opciones han surgido para concertar

algún estándar, por ejemplo, la transmisión vía CDMA, lo que implica el lanzamiento de satélites **GLONASS** con esta capacidad, o bien, el desarrollo de nuevos modelos matemáticos que resuelvan o reduzcan los efectos derivados del sesgo (extendibles hacia Galileo y BeiDou). Otra fuente de sesgos proviene por los distintos sistemas de referencia y escalas de tiempo asumidas por cada sistema satelital, lo que ha sido resuelto en buena medida, gracias a la estandarización del **IGS**.

4.3 Fuentes de error en observaciones GNSS

El efecto causado por las distintas fuentes de error sobre las observaciones **GNSS** degrada la calidad general del posicionamiento, arrojando determinaciones en el orden nominal de ± 10 m, la fig. 4.6 ilustra el conjunto de efectos y su magnitud. Para alcanzar resultados lo suficientemente confiables como para cumplir requerimientos en aplicaciones geodésicas, topográficas y geomáticas, cada una de ellas debe ser tratada no solo a nivel observacional sino también durante la estimación.

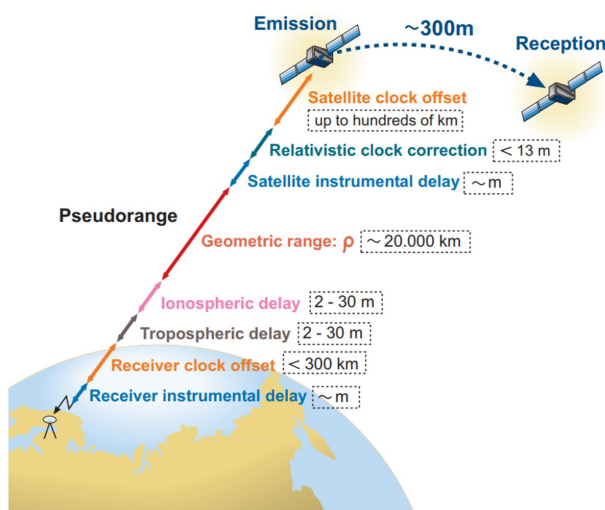


Figura 4.6: Fuentes de error sobre la observable **GNSS** y su magnitud asociada (Sanz et al., 2013)

Algunas fuentes de error pueden ser tratadas de manera eficaz, otros, al ser independientes del proceso de observación, requieren abordajes más complejos para su reducción o minimización sobre la observable, siendo imprescindible para la estimación rigurosa pues su magnitud generalmente es mayor a la precisión propia que ofrece el **GNSS**. En este sentido, se recurre a modelos externos que permitan su reducción durante el procesamiento de las observaciones, estos deben ser confiables y de alta calidad; por otra parte, este tipo de efectos son de gran interés cuando se consideran como objeto de

estudio para la comprensión del Sistema Tierra. También están presentes las equivocaciones, que no deberían ocurrir cuando las observaciones son ejecutadas según criterios técnicos preestablecidos y las estimaciones sean consistentes a los mismos.

En líneas generales, los errores que se manifiestan sobre las observaciones están asociados con:

1. La constelación satelital:

Error orbital tiene su fuente en las perturbaciones de la órbita descrita por los satélites GNSS (incluyendo aquellas ocasionadas por la relatividad); al ser los puntos fiduciales en la trilateración, toda incertidumbre en su posición afecta la posición de los puntos observados; por tal razón, el movimiento de los SV es continuamente monitorizado por los segmentos de control, determinando su ubicación respecto a un sistema de referencia dado. Esta información es accesible por el usuario a través del mensaje de navegación transmitido por cada satélite, de ahí el término *órbita transmitida*, y cuenta con una calidad nominal de ± 100 cm suficiente para ciertas aplicaciones bajo ciertos procedimientos de observación GNSS. Otro tipo de órbitas con mayor calidad (e.g., ± 2.5 cm) es calculada y puesta a disposición del usuario, por servicios internacional como el IGS, siendo imprescindible su uso cuando el posicionamiento deba ser riguroso. Los detalles son ofrecidos en el Capítulo VII.

Error de reloj del satélite: está asociado directamente con la necesidad de sincronización al momento de emitir la señal GNSS, comprometida no solo por el funcionamiento propio sino por efectos de carácter relativísticos. Cada satélite está equipado con osciladores que generan los componentes de señal y a su vez actúan como un reloj de alta precisión dada la estabilidad del cesio, rubidio o máser de hidrógeno según sea el caso. El instante en el que la señal es emitida así como las marcas de tiempo en las que el satélite ocupa una determinada posición en su arco de órbita debe estar en perfecta sincronización, no obstante, esto no se cumple dando paso al error correspondiente. Se sabe que un error de sincronización de $1 \mu s$ conlleva a un error de aproximadamente 300 m sobre la observable, razón por la cual este tipo de sesgo es de gran importancia. Cada segmento de control es quien calcula y modela la desviación del comportamiento del reloj del satélite para una época inicial, respecto a un reloj de referencia, accesible a través del mensaje de navegación. Correcciones de reloj más precisas son ofrecidas por servicios internacionales.

Error por las variaciones de los centros de fase de las antenas

emisoras: al ser una señal electromagnética, complejos dispositivos son necesarios para generarla y transmitirla a tierra, entre ellos, antenas que son dispuestas en la plataforma orbital siguiendo patrones geométricos específicos, mostrados en la fig. 4.7 5.7. En cada antena existe un punto radioeléctrico por donde la señal es emitida cuya ubicación es variable, conocido como centro de fase. Dado que la observable GNSS queda definida entre los puntos de emisión y recepción de la señal, tal variación conlleva a un error sobre la observable. Este es modelado a partir de procesos de calibración en lo que se consideran las dimensiones del satélite a fin de relacionar el centro de fase con su centro de masas al ser este último el que cuenta con coordenadas respecto al sistema de referencia (orbital o geocéntrico).

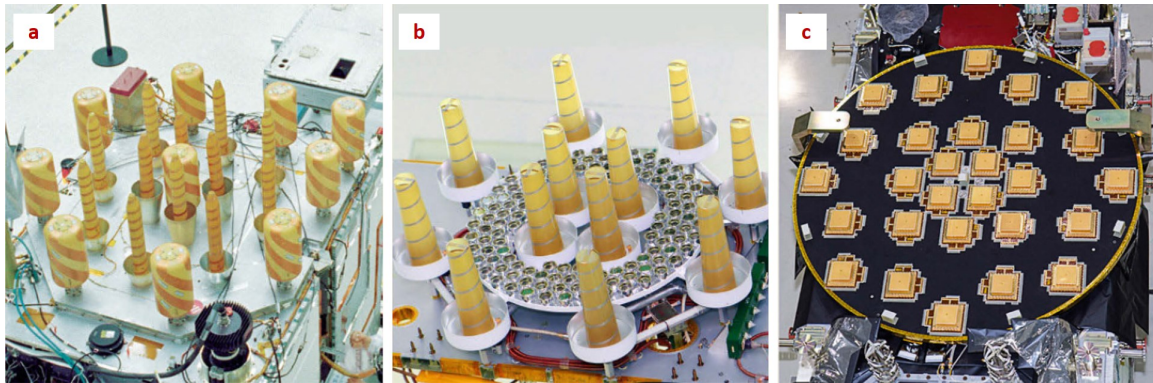


Figura 4.7: Arreglo de antenas en satélites GPS (a), GLONASS (b) y Galileo (c), adaptado de Maqsood et al. (2017)

Error por la geometría satélite-receptor: la cantidad y disposición geométrica de los satélites respecto al receptor, afecta la calidad del posicionamiento en atención al principio de trilateración. Para obtener solución PNT, un mínimo de cuatro satélites deben ser rastreados desde tierra siendo la razón fundamental para el diseño orbital propio de cada sistema de navegación global, sin embargo, en condiciones apropiadas de observación GNSS, es posible contar con ocho ó más sólo para GPS, ya que, a la fecha, la constelación está integrada por más satélites de los necesarios; evidentemente, la cantidad puede ser mucho mayor durante la observación al incorporar las demás constelaciones. Si bien el número de SV disponibles en un lugar e instante dado, no implica mayores problemas sobre la estimación de posición, las condiciones de entorno en el sitio de observación, pudieran inducir obstrucciones a la visual satélite-receptor, manifestándose como un error al alterar la distribución geométrica. El efecto es evaluado mediante la Dilución de Precisión. Para evitar este error, es importante la

selección de sitios libres de todo objeto natural o artificial que pueda constituir una obstrucción.

2. El medio de propagación de la señal:

Error por refracción atmosférica: la señal GNSS, una vez emitida desde los satélites, comienza a propagarse en condiciones de espacio vacío, su velocidad es igual a la velocidad de la luz y sigue una dirección en línea recta hacia la Tierra; cuando las condiciones del medio cambian, la señal se refracta. Los cambios en velocidad y trayectoria de propagación se dan con la interacción de la señal con la atmósfera terrestre, una ilustración es presentada en la fig. 4.8 5.8. Según la región de atmósfera, el fenómeno de refracción se manifiesta de diferentes formas, y al respecto, se distingue entre la parte ionizada (ionosfera) y la atmósfera neutra (troposfera y estratosfera). Una extensa revisión sobre la influencia de la atmósfera y las estrategias de análisis para la reducción del efecto en el posicionamiento satelital es expuesta por Bohm et al. (2013).

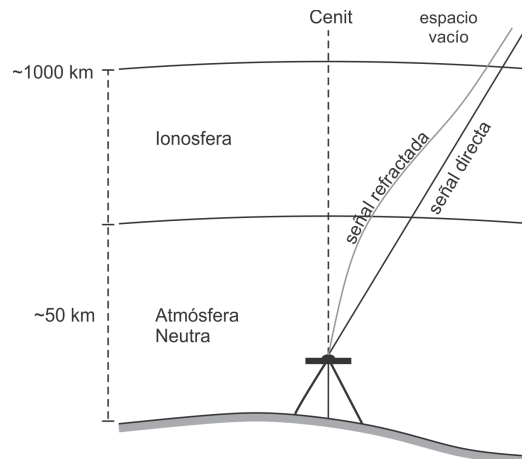


Figura 4.8: Refracción de la señal GNSS en la atmósfera terrestre

En la ionosfera se aprecia la presencia de electrones y materia ionizada, siendo un medio dispersivo, es decir, la refracción depende de la frecuencia de las señales transmitidas y además de la densidad de electrones; en consecuencia, el efecto tiene igual magnitud, pero signo contrario sobre las observables, tal que los códigos PRN se retrasan haciendo que la distancia satélite-receptor sea mayor, y las portadoras se adelantan reduciéndose la distancia. Recuérdese que todos los componentes de la señal son emitidos en un mismo instante y que recorren una misma distancia. Como valores referenciales, la influencia de la ionosfera puede alcanzar los ± 10 m en

dirección al zenit, incrementándose a ± 50 m para observaciones realizadas con 5° de elevación. Para cuantificar y reducir este error, es necesario obtener el índice de refracción a lo largo de la trayectoria de propagación en esta capa atmosférica, para ello conocer la distribución de la densidad de electrones es indispensable.

Esta viene dada por el **TEC**,

$$TEC = \int N_e ds \quad (4.5)$$

definido como la cantidad de electrones libres que se encuentran confinados en una columna imaginaria por donde atraviesa la señal, cuya sección es de 1 m^2 (ver fig. 4.9). Se obtiene al integrar la densidad de electrones N_e a lo largo de la trayectoria ds , inicialmente en dirección al zenit para luego expresarlo a diferentes ángulos de elevación dando paso al STEC (Slant TEC) al aplicar una función de mapeo como la SLMF (*Single-layer Model Mapping Function*) o la MSLMF (*Modified Single-layer Mapping Function*).

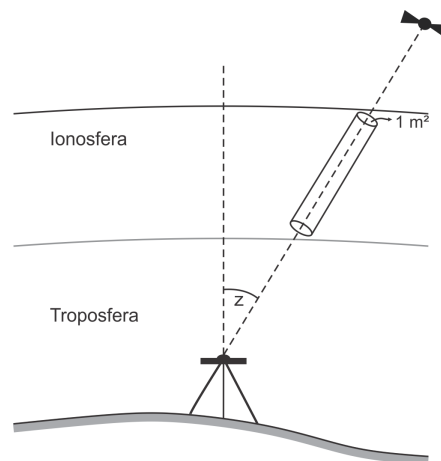


Figura 4.9: Representación gráfica del TEC, <http://gnss.be>

Son varias las opciones que se presentan para el tratamiento de la refracción ionosférica, la más elemental es la corrección transmitida en el mensaje de navegación, reduciendo el error en un 50 %. Para el efecto remanente se requiere implementar estrategias de análisis para la combinación de las señales y la incorporación de modelos externos que representen el estado ionosférico.

Por su parte, la refracción en la atmosfera neutra es causada por gases neutros (oxígeno, nitrógeno, argón) y vapor de agua presentes en la troposfera y estratosfera, afectando por igual

a códigos y portadoras, la señal se retarda haciendo que la distancia satélite-receptor sea más larga, por tal razón, suele hablarse de retardo en la atmosfera neutra para referirse al error asociado, que en dirección al zenit alcanza una magnitud en el orden de 7.7 ns (equivalentes a 2.3 m), se incrementa con el ángulo de elevación, pudiendo ser de hasta más de 20 m cuando la señal proviene de un satélite a 5° sobre el horizonte.

Al ser un medio no-dispersivo para las ondas de radio, el efecto no depende de la frecuencia de la señal, siendo necesario caracterizar el retardo mediante la estimación del índice de refracción n (o refractividad, N , no confundir con ambigüedades!) a lo largo de la trayectoria de propagación ds dependiente de la temperatura, presión y vapor de agua, según la expresión:

$$\Delta\vartheta = \int (n - 1) = 10^{-6} \int N ds \quad (4.6)$$

La refracción tiene entonces dos componentes, una de naturaleza hidrostática asociada a los gases neutros y otra con el vapor de agua (no-hidrostática), contribuyendo con el 90 % y 10 % del error respectivamente. Aprovechando las propiedades físicas de los gases neutros y la condición de equilibrio con la gravedad (equilibrio hidrostático), el retardo hidrostático puede modelarse con alta precisión (a nivel del mm) conociendo la presión atmosférica, pero no sucede lo mismo con la contribución no-hidrostática dada la alta variabilidad del vapor de agua, por lo tanto, esta se asume como una incógnita sujeta a estimación durante el cálculo de la posición. Para ambos casos, la evaluación inicial es hecha en dirección al zenit, proyectando el retardo a cualquier otro ángulo de elevación a través de funciones de mapeo clásicas (e.g., *Niell Mapping Function-NMF*) o modernas (e.g., *Vienna Mapping Function-VMF*).

Es importante saber que, el retardo en la atmosfera neutra se considera se considera una fuente de error dominante al igual que la refracción ionosférica, afecta principalmente la determinación de la componente vertical del posicionamiento, de ahí que su tratamiento deba hacerse de manera apropiada cuando se requieren coordenadas precisas.

Error por multitrayectoria: este error es altamente perjudicial al ser muy localizado y depender de las condiciones de entorno del sitio de medición. Se produce cuando la señal GNSS se refleja múltiples veces en alguna superficie reflejante antes de

su arribo a la antena receptora, como se ilustra en la fig. 4.10, haciendo que la distancia observada se incremente de manera considerable. Las observaciones de corta duración y aquellas realizadas hacia satélites con baja elevación son las más propensas al efecto, que puede alcanzar algunos centímetros con fases portadoras y varias decenas de metros con los códigos, considérese que la precisión formal de una distancia satélite-receptor está en el orden del 1 % de la longitud de onda de la señal utilizada para su determinación.

Para minimizar el efecto el instrumental es fundamental, siendo las antenas el principal dispositivo para ello. Existe una variedad de antenas cuyo diseño garantiza suprimir o reducir la multitrayectoria a partir de elementos que impiden el arribo del rayo indirecto al APC, como por ejemplo la de tipo choke-ring (ver fig. 4.11); por su parte, a nivel del receptor, operan filtros digitales incorporados en su firmware (software interno del aparato), que identifican y rechazan tales señales corruptas. He aquí un aspecto de importancia que distingue instrumental geodésico (topográfico) del no-geodésico.

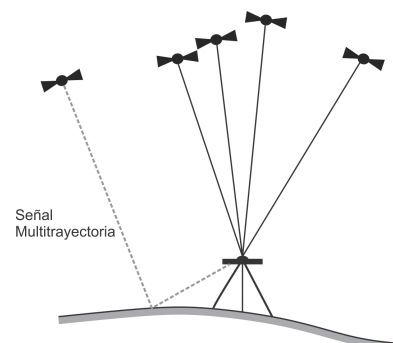


Figura 4.10: Multitrayectoria de la señal GNSS



Figura 4.11: Antenas tipo choke-ring: Harxon HX-CGX611A (sup.) y Novatel NOV750.R4 (inf.), <https://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL/>

Además del tipo de instrumento GNSS, lo recomendable siempre será la selección de un sitio adecuado, carente de obstrucciones y objetos que cuyo material pueda reflejar la señal (principalmente metálicas, agua, vidrio). Para aplicaciones de alta precisión, según estándares internacionales, las observaciones deben contener ruido menor a 0.3 m debido a la multitrayectoria. Adicionalmente, existen estrategias avanzadas para la reducción del error por multitrayectoria, que tienen cabida durante la etapa de procesamiento de las observaciones GNSS, basadas en el análisis de señales, sin embargo, al ser

muy específicas no necesariamente son implementadas más allá del ámbito científico.

3. El funcionamiento del instrumental:
a nivel del instrumento tiene lugar el proceso de rastreo de los satélites a la vista sobre el sitio de observación, recepción de las señales y elaboración de las observables. El funcionamiento de sus componentes (receptor, antena, firmware) puede verse afectado por diversas razones, causando desmejoras significativas. Se destaca la deriva en el reloj del receptor debida a su inestabilidad (el oscilador por lo general es de cuarzo), como consecuencia, la estricta sincronización en la recepción de la señal no queda garantizada, y es compleja de modelar, por tal razón, se considera una incógnita adicional junto con las coordenadas de la estación; la deriva del reloj también guarda relación con la ocurrencia de saltos de ciclo propios de la etapa de recepción, pudiendo ser reparados bajo ciertas condiciones. Por otra parte, el oscilador de cuarzo resulta ser más sensible ante cambios de temperatura dando paso del denominado ruido térmico. Otra fuente de error instrumental a considerar, es la variación de los centros de fase de las antenas receptoras cuyos detalles son expuestos en el Capítulo VII. En cuanto al firmware, es recomendable su actualización periódica según indicaciones del fabricante, pues este controla todo el proceso de recepción y tratamiento interno de la señal.
4. La acción de procesos propios del Sistema Tierra:
tales como el desplazamiento de las placas tectónicas, los efectos de mareas (terrestres y oceánicas), la carga por el flujo de fluidos geofísicos (océanos, atmosfera, hidrosfera), entre otros, inducen cambios seculares, estacionales y esporádicos sobre las estaciones o sitios de observación, de manera que la posición a ser estimada varía en función del tiempo y en distinto orden según la periodicidad y magnitud del fenómeno. Para el tratamiento y reducción de los mismos, a nivel de la observación y estimación, se aplican modelos rigurosamente desarrollados, siendo ideal recurrir a aquellos que se encuentran estandarizados desde el punto de vista de la Geodesia y Geofísica, ver e.g., [Petit and Luzum \(2010\)](#).
5. El desconocimiento e inexperiencia del usuario, cuyos efectos pueden llegar a ser más perjudiciales respecto a los que han sido expuestos, pudiendo evitarse cuando las observaciones y estimaciones son ejecutadas por personal capacitado. Al respecto, conviene distinguir entre las aplicaciones del [GNSS](#)

que no requieren alta calidad, de aquellas que demandan un posicionamiento geoespacial preciso (cm o mm), en cuyo caso, alcanzar niveles de confiabilidad apropiados para labores en el ámbito geodésico y topográfico, dependerá de una planificación previa, sujeta a criterios técnicos. Aquí, dado que la técnica satelital es altamente confiable, equivocaciones por parte del usuario como por ejemplo, manejo inapropiado del instrumento, fallas en la centralización y calado, la no medición de la altura de antena, o no seguir las especificaciones formuladas para el trabajo de campo, son las equivocaciones que no pueden cometerse al momento de la observación, sin obviar aquellas que suelen ser cometidas durante el procesamiento de las mediciones. La sencillez con la que generalmente se resaltan las ventajas del GNSS comparado con otros procedimientos de observación geodésica/topográfica, no debe ser vista con trivialidad.

4.4 Modelos Matemáticos en posicionamiento GPS

En general, el posicionamiento puede ser dividido en: absoluto, y relativo. En el primer caso, se entiende que las posiciones obtenidas son vinculadas al origen del sistema de coordenadas (i.e., el geocentro), o sea, el resultado es un vector con respecto al origen. Sin embargo, en el segundo caso, la posición es desconocida ($\mathbf{x}_d$) determinada con respecto a otra estación conocida ($\mathbf{x}_c$), por medio del desplazamiento (o línea base) entre dichas estaciones ($\Delta\mathbf{x}_{cd}$), o sea

$$\mathbf{x}_d = \mathbf{x}_c + \Delta\mathbf{x}_{cd} \quad (4.7)$$

Con GNSS, al igual que otras técnicas geodésicas, la estimación de la posición sigue la clasificación: modo absoluto, y relativo. En cada tipo de posicionamiento es posible establecer un modelo funcional basado en cada observable (i.e., código y fase).

En esta sección se revisarán las observables frecuentemente utilizadas en posicionamiento GNSS, como también el desarrollo de los diferentes modelos matemáticos asociados a cada observable.

Debe ser destacado que, las explicaciones y formulaciones matemáticas presentados en este apartado serán asociados al posicionamiento GPS, sin embargo, estos son válidos también para las otras constelaciones GNSS, bajo ligeras adaptaciones.

4.4.1 Observables en GPS

De las cantidades observadas en GPS existen dos tipos que son usados extensamente y de los cuales se derivan diversos algoritmos.

Tales observables son (Gemaël and Bittencourt, 2004):

- Las fases de los Códigos
- Las fases de las Portadoras

Las medidas de las fases de los códigos son conocidas en la literatura internacional, como *pseudoranges*. Estas observables son medidas en unidades de tiempo, o tiempo en que la onda electromagnética demora en recorrer la distancia Satélite-Receptor.

Existe una observable básica del código C/A en S_{L1} , otra del código P(Y) en S_{L1} , y otra del código P(Y) en S_{L2} , - tres por tanto.

La medida de la fase del código es realizada por un proceso de correlación. La fig. 4.12 muestra los códigos (*Pseudo Random Noise - PRN*) C/A o P(Y) generados por un determinado satélite, y su réplica generada por el receptor en el instante que estos llegan al receptor. En la misma figura se puede observar que, ambos códigos están desalineados, esto como consecuencia del tiempo que tarda la señal en viajar desde la antena del satélite al receptor. Entonces, si desplazamos uno de los códigos, hasta conseguir una alineación perfecta, tenemos la medida del tiempo de viaje de la señal. Suponiendo que la señal viajó en el vacío, multiplicando ese tiempo por la velocidad de la luz, obtenemos la distancia. Entre tanto, la señal no viaja en el vacío y, en consecuencia deben ser realizadas correcciones por refracción.

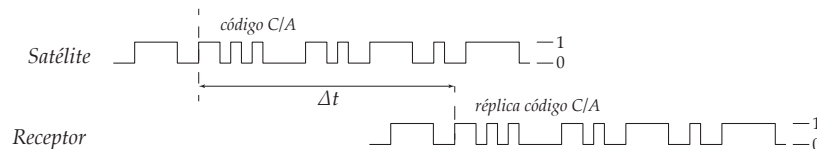


Figura 4.12: Correlación entre la señal recibida y la generada en el receptor

Además de los errores de refracción, existen errores de los relojes de los satélites y de los receptores, haciendo que las señales en los satélites, así como también sus replicas en los receptores, sean generados fuera de la escala de tiempo GPS. Por tanto, la distancia obtenida está compuesta por; la distancia geométrica, los efectos en distancia causados por la refracción ionosférica, por la refracción de la atmósfera neutra (principalmente de la troposfera) y por el estado de los osciladores (relojes) de los satélites y de los receptores.

La resolución alcanzada en esas mediciones es un centésimo de longitud de onda, o sea ± 3 m para el código C/A y ± 30 cm para el código P(Y).

Por otro lado, las portadoras demoduladas L_1 , y L_2 , tienen sus fases en el instante en que tocan la antena del receptor, comparadas con sus replicas generadas en el receptor. Por tanto, existen dos observables de fase de las portadoras.

La medida de fase de una onda, en el instante de la sintonía de la señal del satélite, es la medida de fracción de un ciclo oscilatorio. La medida de fase generalmente es dada en unidades angulares, también es usual, en virtud de la correspondencia, el uso de la unidad de longitud de onda o de ciclo, como ocurre en [GPS](#).

Entonces, tanto con las observables de código como de fase, una vez corregido de efectos atmosféricos y otros errores, permiten el posicionamiento [GPS](#).

A continuación, se presenta una revisión de los modelos matemáticos basados en código y fase.

4.4.2 Posicionamiento basado en código

1. Posicionamiento absoluto basado en código

Considere que el tiempo que tarda la señal entre el satélite y el receptor viene dado por:

$$\Delta\tau = T - t = (t_r + dt_r) - (t_s + dt_s) \quad (4.8)$$

$$\Delta\tau = \Delta\tau_{obs} + dt_r - dt_s \quad (4.9)$$

Donde t_s es el tiempo en el reloj del satélite en la transmisión de la señal, t_r el tiempo en el reloj del receptor en la recepción de la señal, dt_s el *bias* del reloj del satélite desde el tiempo [GPS](#), y dt_r el *bias* del reloj del receptor desde el tiempo [GPS](#).

Frecuentemente los errores del reloj del satélite dt_s son modelados usando los parámetros transmitidos en el mensaje de navegación.

Entonces, la *pseudodistancia* es dada por el producto del retardo de la señal $\Delta\tau$ por la velocidad de la luz ([Leick, 2004](#)),

$$\rho = c \cdot \Delta\tau \quad (4.10)$$

$$= c \cdot \Delta\tau_{obs} + c \cdot dt_r - c \cdot dt_s \quad (4.11)$$

$$= R + c \cdot dt_r - c \cdot dt_s \quad (4.12)$$

Siendo R la distancia geométrica satélite-receptor en el tiempo recibido.

Entonces,

$$\rho = \sqrt{(X_S - X_R)^2 + (Y_S - Y_R)^2 + (Z_S - Z_R)^2} + c \cdot dt_r - c \cdot dt_s + \delta_{ion} + \delta_{trop} \quad (4.13)$$

Con $(X_S, Y_S, Z_S)^T_{WGS-84}$ siendo las coordenadas del satélite en el instante t , y $(X_S, Y_S, Z_S)^T_{WGS-84}$ son las coordenadas del satélite en el instante t .

Las observaciones ρ pueden provenir del código C/A o del P(Y), recordando que el código P(Y) es diez veces más preciso que el Código C/A.

La medida simultánea de cuatro distancias a cuatro satélites permite establecer cuatro ecuaciones de observación, con cuatro incógnitas, desde que los errores del reloj del satélite, refracción ionosférica y refracción troposférica han sido corregidos.

Afortunadamente, la información del reloj del satélite se conoce con suficiente precisión y se transmite a través del mensaje de navegación, por ejemplo, en forma de tres coeficientes polinómicos, a_0 , a_1 y a_2 con un tiempo de referencia t_c . Por lo tanto, la ecuación (Hofmann-Wellenhof et al., 2007)

$$dt_s(t) = a_0 + a_1(t - t_c) + a_2(t - t_c)^2 \quad (4.14)$$

Por otro lado, si diversas observaciones fueron realizadas a lo largo de tiempo, se torna posible determinar el estado, la marcha y la variación de marcha del reloj del receptor, o sea (Gemaël and Bittencourt, 2004)

$$\rho^k(\tau) = R + c[a_0 + a_1(\tau - \tau_0) + a_2(\tau - \tau_0)^2] - c \cdot dt_s + \delta_{ion} + \delta_{trop} \quad (4.15)$$

Donde $R = \sqrt{(X_S(\tau) - X_R)^2 + (Y_S(\tau) - Y_R)^2 + (Z_S(\tau) - Z_R)^2}$, k es el satélite rastreado, t es el instante GPS de la transmisión, a_0 el estado del reloj del receptor en el instante τ_0 del primer grupo de observaciones, a_1 la marcha del reloj del receptor, τ_0 el instante del primer grupo de observaciones, y τ el instante de cada grupo de observaciones.

Este modelo exige que se observe simultáneamente 4 o más satélites, en tres o más épocas, en virtud de su geometría y del número de incógnitas.

La navegación consiste en la determinación de posiciones de un móvil a intervalos de tiempo tan cortos cuanto sea posible. Cuando los intervalos de tiempo de medición son demasiado grandes, técnicas de interpolación con determinación de velocidad y hasta aceleración se tornan necesarias.

Cuatro o más satélites han de ser observados simultáneamente a cada intervalo de tiempo.

Las incógnitas serán las coordenadas de puntos y el estado del reloj del receptor en el instante de cada conjunto de observaciones simultáneas realizadas a intervalos regulares de tiempo.

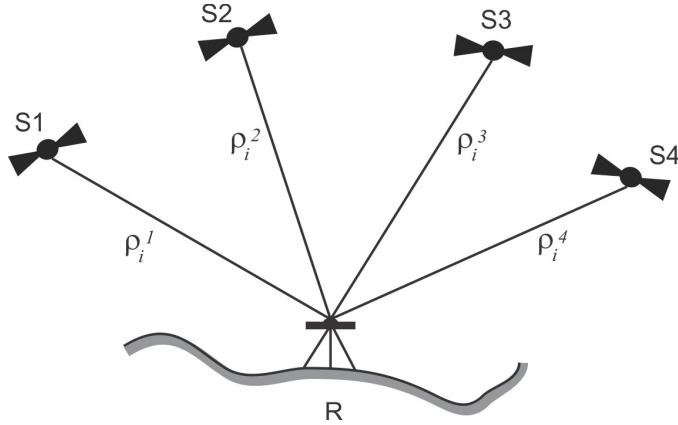


Figura 4.13: Navegación Simple

En este caso, la ecuación de observación será (ver fig. 4.13):

$$\rho^k(\tau) = \sqrt{(X_S(\tau) - X_R)^2 + (Y_S(\tau) - Y_R)^2 + (Z_S(\tau) - Z_R)^2} + c \cdot dt_r(\tau) \quad (4.16)$$

El número de incógnitas puede ser reducido en la navegación simple en dos situaciones:

- Cuando la altura es conocida; en este caso una condición (*constraint*) de altura es introducida en el proceso de ajuste.
- Cuando el receptor dispone de un reloj preciso que conserve el tiempo GPS; en este caso, la incógnita dt_r es removida de la ecuación de observación.

Si cuatro mediciones de pseudodistancias son realizadas a 4 diferentes satélites, el siguiente sistema de ecuaciones es obtenido:

$$\begin{aligned} \rho^1(\tau) &= \sqrt{(X_{S1}(\tau) - X_R)^2 + (Y_{S1}(\tau) - Y_R)^2 + (Z_{S1}(\tau) - Z_R)^2} + c \cdot dt_r(\tau) \\ \rho^2(\tau) &= \sqrt{(X_{S2}(\tau) - X_R)^2 + (Y_{S2}(\tau) - Y_R)^2 + (Z_{S2}(\tau) - Z_R)^2} + c \cdot dt_r(\tau) \\ \rho^3(\tau) &= \sqrt{(X_{S3}(\tau) - X_R)^2 + (Y_{S3}(\tau) - Y_R)^2 + (Z_{S3}(\tau) - Z_R)^2} + c \cdot dt_r(\tau) \\ \rho^4(\tau) &= \sqrt{(X_{S4}(\tau) - X_R)^2 + (Y_{S4}(\tau) - Y_R)^2 + (Z_{S4}(\tau) - Z_R)^2} + c \cdot dt_r(\tau) \end{aligned}$$

Este sistema de ecuaciones, tiene una “única solución”. Si más de 4 satélites son observados, puede ser aplicado un ajuste por mínimos cuadrados.

A continuación será presentada una breve formulación del proceso de ajuste realizado para la estimación de las coordenadas cartesianas, y el error del reloj del receptor. Cabe señalar que, el modelo matemático aplicado en este problema, es casi análogo al aplicado en las redes de trilateración, o sea, la pseudodistancia puede ser tratada como una distancia espacial simplemente.

Considerando la siguiente expresión,

$$\begin{bmatrix} \rho_i^1 \\ \rho_i^2 \\ \rho_i^3 \\ \rho_i^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i^1 + c \cdot dt_{r_i} \\ R_i^2 + c \cdot dt_{r_i} \\ R_i^3 + c \cdot dt_{r_i} \\ R_i^4 + c \cdot dt_{r_i} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Donde,

$$R_i^1 = \sqrt{(X_{S1}(\tau) - X_{R1})^2 + (Y_{S1}(\tau) - Y_{R1})^2 + (Z_{S1}(\tau) - Z_{R1})^2} \quad (4.18)$$

Ahora linealizando,

$$-\frac{X^k - X_i^0}{(R_i^k)_0} \Delta x_i - \frac{Y^k - Y_i^0}{(R_i^k)_0} \Delta y_i - \frac{Z^k - Z_i^0}{(R_i^k)_0} \Delta z_i + 1 \cdot (c \cdot dt_{r_i}) = \rho_i^k - R_{i0}^k + e_i^k \quad (4.19)$$

La expresión anterior está planteada de manera consistente con el modelo Gauss Markov, esto es (Koch, 1999):

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{l} + \mathbf{e} \quad (4.20)$$

Donde, $\mathbf{A}$ es la matriz de diseño de $n \times u$, $\mathbf{l}$ es la diferencia entre el vector de las observaciones de $n \times 1$, y los valores aproximados, y el vector $\mathbf{e}$ es el vector de los errores de $n \times 1$.

Entonces matricialmente,

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} = \begin{bmatrix} -\frac{X^1 - X_i^0}{(R_i^1)_0} & -\frac{Y^1 - Y_i^0}{(R_i^1)_0} & -\frac{Z^1 - Z_i^0}{(R_i^1)_0} & 1 \\ -\frac{X^2 - X_i^0}{(R_i^2)_0} & -\frac{Y^2 - Y_i^0}{(R_i^2)_0} & -\frac{Z^2 - Z_i^0}{(R_i^2)_0} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{X^n - X_i^0}{(R_i^n)_0} & -\frac{Y^n - Y_i^0}{(R_i^n)_0} & -\frac{Z^n - Z_i^0}{(R_i^n)_0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \\ c \cdot dt_{r_i} \end{bmatrix} = \mathbf{l} + \mathbf{e} \quad (4.21)$$

Y la solución para el vector de las incógnitas, está dado por:

$$\tilde{\zeta}_a = \tilde{\zeta}_0 + \tilde{\zeta} \quad (4.22)$$

Donde, $\tilde{\zeta}_a$ es el vector de los parámetros ajustado de $u \times 1$, $\tilde{\zeta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l}$ las correcciones, y $\mathbf{P}$ es la matriz de los pesos de $n \times n$.

Con respecto a la calidad de la estimación, estas precisiones pueden ser extraídas de la [Matriz Varianza-Covarianza \(MVC\)](#) por medio de la siguiente expresión:

$$\sum_{\tilde{\zeta}} = \sigma_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} & \sigma_{X,dt_r} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} & \sigma_{Y,dt_r} \\ \sigma_{ZX} & \sigma_{ZY} & \sigma_Z^2 & \sigma_{Z,dt_r} \\ \sigma_{dt_r,X} & \sigma_{dt_r,Y} & \sigma_{dt_r,Z} & \sigma_{dt_r}^2 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Con frecuencia los trabajos en Geomática son desarrollados en coordenadas proyectadas o topocéntricas (e, n, u), en consecuencia, la matriz anterior puede ser expresada en términos de coordenadas topocéntricas (geodésicas locales) a partir de la siguiente transformación ([Soler and Chin, 1985](#)):

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 \left(\frac{1}{2} \pi - \varphi \right) \mathbf{R}_3 \left(\lambda + \frac{1}{2} \pi \right) \quad (4.24)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

En la matriz de rotación presentada se consideró que ambos sistemas son de mano derecha.

Ahora, aplicando ley de propagación de covarianzas para transformar la [MVC](#) $\sum_{\tilde{\zeta}} = \sum_{X,Y,Z}$ en $\sum_{enu}$, se tiene:

$$\sum_{e,n,u} = \mathbf{R} \sum_{X,Y,Z} \mathbf{R}^T \quad (4.26)$$

$$\sum_{enu} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 & \sigma_{en} & \sigma_{eu} \\ \sigma_{ne} & \sigma_n^2 & \sigma_{nu} \\ \sigma_{eu} & \sigma_{un} & \sigma_u^2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

A partir de las matrices de covarianzas antes presentadas, es posible definir algunos índices de precisión, o también conocidos como [Dilution of Precision \(DOP\)](#).

Notar que los [PDOP](#) son adimensionales. La multiplicación de los [DOP](#) por el error de la pseudodistancia resulta

Geometría:

$$GDOP = \sqrt{\frac{\sigma_e^2 + \sigma_n^2 + \sigma_u^2 + \sigma_{DTU}^2}{\sigma_0^2}}$$

Componentes horizontales:

$$HDOP = \sqrt{\frac{\sigma_e^2 + \sigma_n^2}{\sigma_0^2}}$$

Posición:

$$PDOP = \sqrt{\frac{\sigma_e^2 + \sigma_n^2 + \sigma_u^2}{\sigma_0^2}}$$

Tiempo:

$$TDOP = \sqrt{\frac{\sigma_{DTU}^2}{\sigma_0^2}}$$

Vertical:

$$VDOP = \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{\sigma_0^2}}$$

aproximadamente el error de posición (horizontal, tiempo o vertical).

El **PDOP** puede ser interpretado como el valor recíproco del volumen de un tetraedro que es formado por los satélites y el receptor: $PDOP = \frac{1}{V}$ (Monico, 2007). La mejor configuración geométrica existe cuando el **PDOP** es minimizado (ver fig. 4.14). En la tabla 4.7 se dan algunos valores de referencia de **PDOP**.

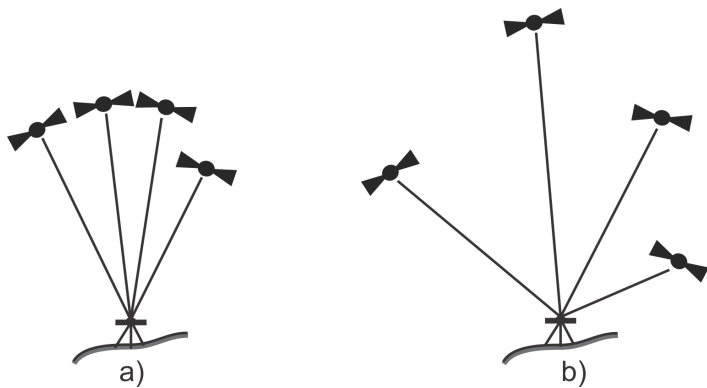


Figura 4.14: **PDOP**, a) mala geometría, b) Buena Geometría

Valor	concepto
2-4	Excelente
4-6	Bueno
6-8	Razonable
8-10	Pobre
10-12	Marginal
>12	No usar!

Tabla 4.7: Valores de **PDOP** y conceptos asociados

2. Navegación diferencial con código

La ecuación 4.16 puede ser aplicada a dos o más puntos rastreados simultáneamente.

En posicionamiento diferencial son utilizados los datos de rastreo simultáneo de los mismos satélites, por dos o más estaciones receptoras. Una de las estaciones receptoras debe estar localizada en un punto de coordenadas conocidas. Si las estaciones no están muy distantes entre si, se puede admitir que el efecto de los errores sistemáticos no corregidos o modelados, tales como errores en la determinación de la posición de los satélites y en la propagación de las señales (refracciones), sean los mismos para todas las estaciones

Asimismo, para un conjunto de observaciones ocurridas en un instante t , los errores en la estación de coordenadas conocidas

pueden ser calculados por la diferencia entre las coordenadas conocidas del punto y aquellas determinadas en el rastreo simple.

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_C - \mathbf{x}_D \quad (4.28)$$

Donde, $\Delta \mathbf{x} = [\Delta X, \Delta Y, \Delta Z]$, son las diferencia entre las coordenadas conocidas y determinadas en el punto conocido, $\mathbf{x}_C = [X, Y, Z]_C$, Coordenadas del punto conocido, y $\mathbf{x}_D = [X, Y, Z]_D$, coordenadas determinadas por GPS del punto conocido. Por lo tanto, todos los demás puntos deberán tener sus coordenadas determinadas por GPS corregidas, de acuerdo con la siguiente exoresión:

$$\Delta \mathbf{x}_C^k = \mathbf{x}_D^k - \Delta \mathbf{x} \quad (4.29)$$

La navegación diferencial es aplicada en la navegación de sensores. Un receptor va a bordo del vehículo que conduce el sensor, en cuanto que otro es instalado en un punto con coordenadas conocidas.

La navegación diferencial con código, o sea, no utilizando medidas de fase de la portadora, puede ser realizada aplicando la ecuación 4.16 para las rastreadoras de bordo y de terreno:

$$\rho^i(\tau) = \sqrt{(X_S(\tau) - X_R)^2 + (Y_S(\tau) - Y_R)^2 + (Z_S(\tau) - Z_R)^2} + c \cdot dT(\tau)$$

Las ecuaciones 4.28 y 4.29 aplicadas para cada instante τ permiten corregir las coordenadas determinadas para el sensor móvil en virtud de las diferencias detectadas en la estación fija de coordenadas conocidas, asumiendo que los errores sistemáticos son correlacionados en las dos posiciones:

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_C - \mathbf{x}_D(t) \quad (4.30)$$

$$\mathbf{x}_C(t) = \mathbf{x}_D(t) + \Delta \mathbf{x}(t) \quad (4.31)$$

4.4.3 Posicionamiento basado en las fases de la onda portadora

Al igual que en el posicionamiento basado en código, el posicionamiento basado en la fase de la onda portadora, puede proporcionar soluciones absolutas y relativas. Aún cuando es más común usar el posicionamiento relativo basado en las fase para aplicaciones de alta precisión, en los últimos 10 años se ha mejorado significativamente la técnica basada también en la fase, pero para el posicionamiento absoluto, esta es PPP. El PPP ha alcanzado

resultados similares a los del posicionamiento relativo (algunos mm). En esta sección se presentarán los modelos matemáticos para el posicionamiento basado en la fase de la onda portadora, partiendo por el posicionamiento relativo, para luego introducir el PPP.

La observable diferencia de fase de la portadora generada en el receptor es (Wells et al., 1986):

$$\Phi = \Phi_i^k = \Phi^k(t_s) - \Phi_i(t_r) \quad (4.32)$$

donde Φ_i^k es la fase de la señal transmitida por el satélite k en el tiempo t , y Φ_i es la fase en el i -ésimo receptor en el tiempo de recepción t_r (en ciclos).

El modelo de fase de la portadora puede formularse utilizando las dos siguientes relaciones, estas:

- La relación fase/frecuencia que es válida para osciladores altamente estables en un intervalo de tiempo corto.

$$\Phi(t + \delta t) = \Phi(t) + f \cdot \delta t \quad (4.33)$$

Si $\delta t = t_r - t_s$, se puede establecer

$$\Phi_i(t_r) = \Phi^k(t_s) + f(t_r - t_s) \quad (4.34)$$

Entonces,

$$\Phi = \Phi^k(t_s) - \Phi_i(t_r) = -f \cdot (t_r - t_s) \quad (4.35)$$

- La aproximación fundamental que relaciona los tiempos de transmisión y recepción es,

$$(\hat{t}_r - \hat{t}_s) \cdot c = \rho - d_{ion} + d_{trop} \quad (4.36)$$

$$((t_r + dt_r) - (t_s + dt_s)) \cdot c = \rho - d_{ion} + d_{trop} \quad (4.37)$$

$$t_s + dt_s + \left(\frac{\rho - d_{ion} + d_{trop}}{c} \right) = t_r + dt_r \quad (4.38)$$

Entonces,

$$t_r - t_s = dt_s - dt_r + \frac{\rho - d_{ion} + d_{trop}}{c} \quad (4.39)$$

Reemplazando la ecuación 4.39 en 4.35, el nuevo modelo de fase de la portadora es:

$$\Phi = - \left(\frac{f}{c} \right) \rho - f \cdot (dt_s - dt_r) - \left(\frac{f}{c} \right) (-d_{ion} + d_{trop}) \quad (4.40)$$

Por otro lado, sabemos que la observable en **GPS** es la diferencia de fase ($fr(\Phi)$), y el número entero de ciclos desde la época inicial t_0 ($Int(\Phi, t_0, t)$), que sumado el término desconocido de número entero de ciclos (ambigüedades) entre el satélite y el receptor en la época inicial ($N(t_0)$) nos proporciona la distancia satélite receptor en unidades de ciclos, esto:

$$\Phi_{total} = fr(\Phi) + Int(\Phi, t_0, t) + N(t_0) \quad (4.41)$$

$$\Phi_{total} = \Phi_{obs} + N \quad (4.42)$$

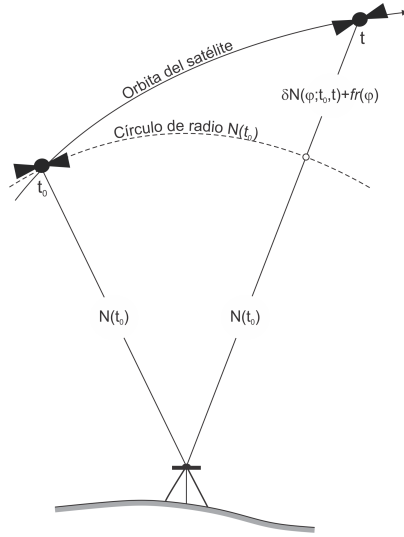


Figura 4.15: Esquema para el desarrollo de la ecuación de cero diferencia de fase

Ahora, igualando las ecuaciones 4.40 con 4.42, la ecuación para la observable de fase instantánea de la portadora para un satélite, un receptor y un instante de tiempo puede escribirse como:

$$\Phi_{obs} + N = f \cdot (dt_s - dt_r) + \frac{f}{c}(\rho - \delta_{ion} + \delta_{trop}) \quad (4.43)$$

Y despejando desde la ecuación anterior el término Φ_{obs} , se tiene

$$\Phi_{obs} = f \cdot (dt_s - dt_r) + \frac{f}{c}(\rho - \delta_{ion} + \delta_{trop}) - N \quad (4.44)$$

Ahora, multiplicando por la longitud de onda $\lambda = c/f$, y definiendo

$$\Phi = -\lambda \Phi_{obs} \quad (4.45)$$

se puede obtener la ecuación de fase portadora correspondiente (en unidades de longitud)

$$\Phi = \rho + c \cdot (dt_s - dt_r) + \lambda \cdot N - d_{ion} + d_{trop} \quad (4.46)$$

Esta última ecuación es la ecuación de observación básica de la fase de la onda portadora en **GPS**, también denominada **cero**

diferencia de fase. También debe ser mencionado que otros términos correctivos podrían ser incorporados en la ecuación de observación de la fase de la onda portadora (e.g., centro de fase de la antena, efectos relativísticos).

Las mediciones GPS pueden diferenciarse entre receptores, satélites y épocas, o combinaciones de los mismos. Son posibles varias combinaciones de diferenciación. Actualmente, el enfoque más utilizado es diferenciar en el orden anterior, es decir, primero entre receptores, luego entre satélites y, por último, entre épocas.

La notación que usamos para tomar estas diferencias es:

- Δ denota diferencias entre dos receptores (dos vértices en la parte inferior);
- ∇ denota diferencias entre dos satélites (dos vértices en la parte superior); y
- δ denota diferencias entre dos épocas.

■ **Simple diferencia de fase**

Aplicando la ecuación 4.46 para dos satélites p y q con respecto a la estación i , y calculando la diferencia de las observables, se tiene:

$$\begin{aligned}\nabla\Phi_i^{pq} &= \Phi_i^p - \Phi_i^q \\ &= c \cdot \nabla dt + \nabla\rho - \nabla d_{ion} + \nabla d_{trop} - \lambda \nabla N + \nabla e\end{aligned}\quad (4.47)$$

Donde $\nabla\Phi_i^{pq}$ es la *simple diferencia de fase* para dos satélites p y q con respecto a la estación i , ∇dt es la diferencia de la diferencia de los errores de reloj de los satélites p y q y del receptor i , o sea,

$$\nabla dt = (dt_s^q - dt_s^p) \quad (4.48)$$

$\nabla\rho$ es la diferencia de las distancias $\rho_{qi} - \rho_{pi}$, d_{ion} es la diferencia del retraso ionosférico, d_{trop} es la diferencia del retraso troposférico, λ es la longitud de onda de la medición de fase de la portadora, ∇N es la diferencia de ambigüedad de fase de portadora, y ∇e es la diferencia de ruido entre las simples diferencias de fase.

En este caso la diferenciación fue realizada entre satélites, y el error del reloj del receptor es eliminado, y los errores ionosféricos y troposféricos son reducidos.

También es posible la diferenciación entre receptores i y j con respecto al satélite p ,

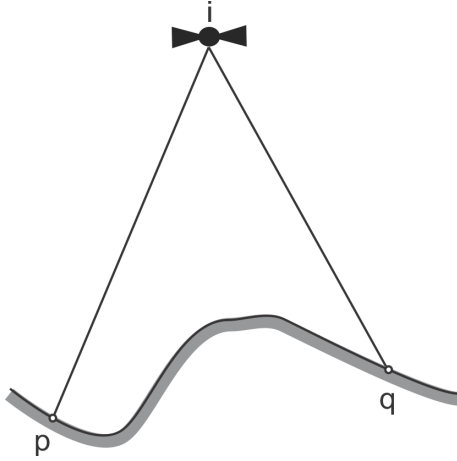


Figura 4.16: Simple diferencia de fase

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{ij}^p &= \Phi_i^p - \Phi_j^p \\ &= c \cdot \Delta dt_r + \Delta\rho - \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} - \lambda\Delta N + \Delta e \quad (4.49)\end{aligned}$$

Donde, $\Delta dt_r = dt_r^i - dt_r^j$, $\Delta\rho$ es la diferencia de las distancia entre las antenas de los receptores (i y j) y el satélite p , ΔN , son las diferencias simples de las ambigüedades, y $\Delta\Phi$ son las diferencias de fase entre las señales generadas en los receptores i y j , en el instante de la observación.

Ahora, los errores del reloj del satélite fueron eliminados, y los errores inosféricos y troposféricos son reducidos.

Como las incógnitas son las coordenadas del receptor, no hay mayor interés en determinar el valor de las ambigüedades, la diferencia entre las ambigüedades puede ser tratada como incógnita. Esto hace disminuir el número de parámetros a ser considerados en el proceso de ajuste por mínimos cuadrados.

■ Doble diferencia de fase

Aplicando 4.47, para los satélites p y q , y tomando uno de ellos (q) como base, como muestra la fig. 4.17.

$$\Delta\nabla_{ij}^{pq} = \nabla\Phi_i^{pq} - \nabla\Phi_j^{pq} = (\Phi_i^p - \Phi_i^q) - (\Phi_j^p - \Phi_j^q) \quad (4.50)$$

Esta ecuación también puede ser escrita entre simple diferencias de receptores, o sea,

$$\Delta\nabla_{ij}^{pq} = \Delta\Phi_{ij}^p - \Delta\Phi_{ij}^q = (\Phi_i^p - \Phi_j^p) - (\Phi_i^q - \Phi_j^q) \quad (4.51)$$

O también puede se expresada como:

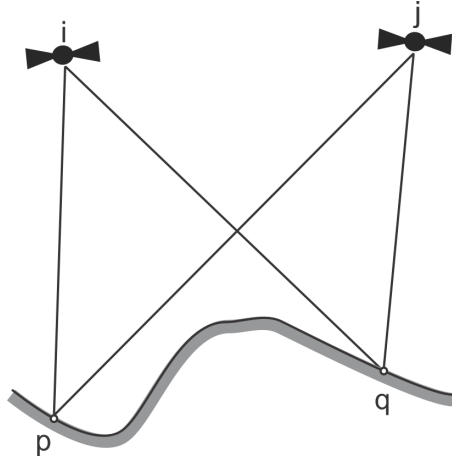


Figura 4.17: Doble diferencia de fase.

$$\begin{aligned}\nabla \Delta \Phi_{ij}^{pq} &= \Delta \Phi_{ij}^p - \Delta \Phi_{ij}^{pq} & (4.52) \\ &= \Delta \nabla R - \Delta \nabla d_{ion} + \Delta \nabla d_{trop} - \lambda \Delta \nabla N + \Delta \nabla \epsilon & (4.53)\end{aligned}$$

Note que estas dos ecuaciones son idénticas. El algoritmo doble diferencia de fase permite:

- Eliminar los errores de los relojes del satélite y del receptor;
- Reducir los errores de ionósfera y tropósfera; y
- Incrementa el ruido de las observaciones.

La doble diferencia de fase, es el algoritmo más utilizado en posicionamiento [GPS](#) relativo en virtud de la alta calidad de los resultados que pueden ser obtenidos.

Para dos receptores, el número total de incógnitas será igual a $3 + (S - 1)$, las tres coordenadas del punto y las $(S - 1)$ dobles diferencias de las ambigüedades. El número de observaciones será igual a $i(S - 1)$, siendo i el número de épocas de observación y S el número de satélites observados simultáneamente.

El propósito de la doble diferencia de fase, es eliminar los errores del reloj del receptor.

■ Triple diferencia de fase

Calculando las diferencias entre las dobles diferencias de fase con la variación del tiempo, tenemos la triple diferencia de fase, como ilustra la fig. [4.18](#). Tomando dos épocas t_1 y t_2 :

$$\delta\Delta\nabla_{ij}^{pq} = \Delta\nabla_{ij}^{pq}(t_1) - \Delta\nabla_{ij}^{pq}(t_2) \quad (4.54)$$

$$= (\Phi_i^p(t_1) - \Phi_i^q(t_1)) - (\Phi_j^p(t_1) - \Phi_j^q(t_1)) - \\ (\Phi_i^p(t_2) - \Phi_i^q(t_2)) - (\Phi_j^p(t_2) - \Phi_j^q(t_2)) \quad (4.55)$$

$$= \delta\Delta\nabla R - \delta\Delta\nabla d_{ion} + \delta\Delta\nabla d_{trop} + \delta\Delta\nabla n \quad (4.56)$$

Estas son las triples diferencias de fase. Cuando las distancias ρ de los receptores y los satélites son escritas en términos de las coordenadas de un punto A de coordenadas conocidas y del punto B de coordenadas incógnitas, tenemos que el algoritmo de la triple diferencia de fase presenta solo tres incógnitas.

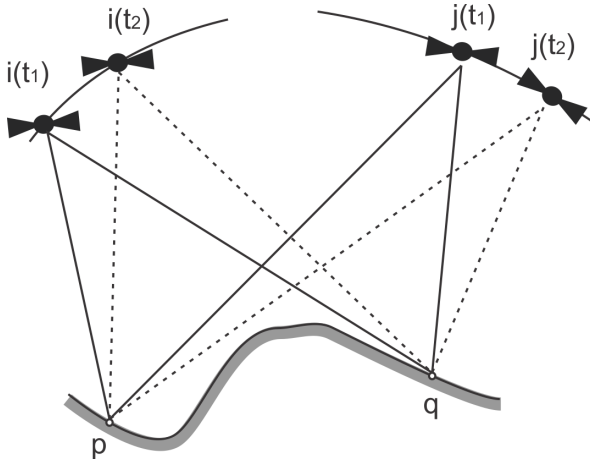


Figura 4.18: Triple diferencia de fase

Este algoritmo posee sus observaciones altamente correlacionadas en consecuencia del número de diferencias realizadas para su cálculo.

Se trata de un algoritmo para realizar pre-procesamiento y obtener valores aproximados para los otros métodos.

La pérdida de ciclos acarrea un residuo grande ("outlier") fácilmente detectable, permitiendo su eliminación o corrección.

Por esa razón ese algoritmo también es utilizado para las pérdidas de ciclos.

4.4.4 Combinaciones Lineales

Los objetivos de formar combinaciones lineales con base en las observables GPS son:

- Eliminar errores; y
- Generar *nuevas* observaciones.

Una combinación lineal (cl) de las portadoras Φ_1 y Φ_2 es dada por (Monico, 2007):

$$cl_i = m_1\Phi_1 + m_2\Phi_2 \quad (4.57)$$

Luego, $f_{cl} = m_1f_1 + m_2f_2$ es la frecuencia, $\lambda_c = \frac{c}{f_{cl}}$ es la longitud de onda de la combinación lineal resultante, donde c es la velocidad de la luz en el vacío, y $N_{cl} = m_1N_1 + m_2N_2$ es la ambigüedad de la combinación lineal. N_{cl} será entera si m_1 y m_2 también lo fueran. Las medidas de fase de la onda portadora están dadas en ciclos.

En el caso de señales GPS, se pueden formar combinaciones sencillas de las portadoras L_1 y L_2 , como son:

- La banda estrecha (L_n):

$$\Phi_{L1+L2} = \Phi_{L1} + \Phi_{L2} \quad (4.58)$$

Los coeficientes n_1 y n_2 son la unidad, y la longitud de onda es $\lambda_{L1+L2} = 10,7 \text{ cm}$

- La banda ancha (L_w):

$$\Phi_{L1-L2} = \Phi_{L1} - \Phi_{L2} \quad (4.59)$$

El coeficiente $n_1 = 1$ y $n_2 = -1$, y la longitud de onda es $\lambda_{L1L2} = 86,2 \text{ cm}$

Una ventaja que tienen estas dos combinaciones se produce a la hora del cálculo de las ambigüedades (N), ya que al pasar de las dos frecuencias L_1 y L_2 a una, ya sea la formando la banda ancha o la banda estrecha, el cálculo de las ambigüedades es más sencillo, ya que se reduce el espacio de búsqueda de las ambigüedades.

Una combinación lineal de fases que tiene unas características especiales e interesantes es la llamada *combinación libre de efecto ionosférico*, o más comúnmente conocida como Φ_{L3} o L_c . Esta combinación se utiliza para eliminar el efecto ionosférico, y los coeficientes n_1 y n_2 con los que se cumple esta condición son (Holanda and Bermejo, 1998):

- $n_1 = 1$ elegido arbitrariamente; y
- $n_2 = -\frac{f_{L2}}{f_{L1}}$

Por lo tanto la expresión de Φ_{L3} será:

$$\Phi_{L3} = \Phi_{L1} - \frac{f_{L2}}{f_{L1}}\Phi_{L2} \quad (4.60)$$

Esta combinación tiene la gran ventaja de eliminar el efecto que produce la ionósfera sobre la señal que transmiten los satélites, pero

por otro lado, con esta combinación el valor N de las ambigüedades pierde su naturaleza de número entero, luego no se podrá fijar el valor entero de las ambigüedades y se tendrá que trabajar con valores reales de ambigüedad.

La principal desventaja que tienen cualquiera de las combinaciones lineales de fases es que si asumimos cierto nivel de ruido en la medida de fases sobre las portadoras L_1 y L_2 , entonces este nivel de ruido se incrementará para estas combinaciones. Este ruido se puede evaluar aplicando la ley de propagación de errores a partir del ruido de cada portadora.

4.4.5 Resolución de ambigüedades

La resolución de ambigüedades consiste en el proceso matemático de convertir "rangos ambiguos" (fase de la portadora) a intervalos no ambiguos de precisión de la medición milimétrica, y desde el punto de vista de los levantamientos topográficos **GPS**, corresponde a la conversión de valores de los parámetros de ambigüedad con valores reales para los valores enteros más probables (Rizos, 1991).

Recordando la ecuación de *cero diferencia de fase*,

$$\Phi = \rho + c \cdot (dt - dT) - \lambda N - d_{ion} + d_{trop}$$

Debido a las dificultades de modelaje preciso de las órbitas de satélite, errores de reloj, y los retrasos de propagación, se forman las observaciones de doble diferencia por la combinación de mediciones de fase entre satélites y entre receptores. Las observaciones de doble diferencia se utilizan comúnmente para el posicionamiento preciso diferencial, ya que estas tienen el efecto de eliminar o reducir muchos errores sistemáticos inherentes en las mediciones de fase (Remondi, 1984). La ecuación de observación de doble diferencias de fase de la portadora es la siguiente:

$$\nabla \Delta \Phi = \nabla \Delta \rho + \lambda \cdot \nabla \Delta N - \nabla \Delta d_{ion} + \nabla \Delta d_{trop} + \nabla \Delta d\rho + \epsilon(\nabla \Delta \Phi) \quad (4.61)$$

Donde $\nabla \Delta$ es el operador de doble diferencia. Las coordenadas desconocidas de la estaciones remota (X, Y, Z) se encuentran en $\nabla \Delta \rho$. La dificultad en la resolución de las coordenadas de la estación remota y términos ambigüedad simultáneamente es debido a la similitud de $\nabla \Delta \rho$ y $\nabla \Delta N$, ambos están relacionados con la *pseudodistancia*. La separación de las coordenadas de las ambigüedades requiere un cambio significativo en la geometría de los satélites resultante del movimiento relativo del satélite.

Todas las técnicas de resolución de ambigüedad para métodos estáticos rápidos son similares. Básicamente, el procedimiento se

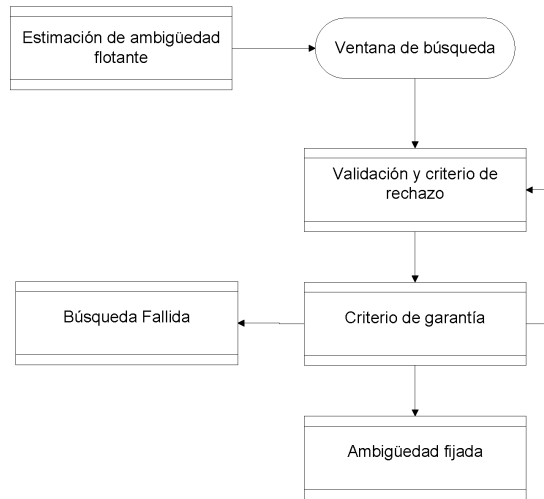


Figura 4.19: Estrategia para la resolución de ambigüedades en estático rápido

inicia con una estimación de las coordenadas iniciales de la estación remota o ambigüedades iniciales. La resolución de la ambigüedad se efectúa probando muchas combinaciones de potenciales conjuntos de ambigüedades establecidas dentro de un cierto espacio de búsqueda predeterminado. Cada potencial conjunto de ambigüedades se comprueba aplicando ciertos criterios de validación y rechazo. El proceso de búsqueda se detiene y las ambigüedades se fijan cuando ciertos criterios de garantía de que se cumplan. Este procedimiento se resume en la fig. 4.19. Cuantos más satélites disponibles, mejor es el procedimiento de búsqueda, dado que cada satélite restringe el número de posibles soluciones. En las secciones siguientes, se discute en más detalle la estrategia general para la resolución de ambigüedad en modo estático rápido (ver fig.4.19).

Solución de ambigüedades flotante

Como primer paso, un algoritmo rápido de resolución de ambigüedades, normalmente involucra el cálculo de la solución de doble diferencias de fase siguiendo la siguiente ecuación de observación:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{l} \quad (4.62)$$

Donde $\mathbf{v}$ es el vector de los residuos; $\mathbf{A}$ es la matriz de diseño; $\mathbf{l}$ es el vector de cierre; y $\boldsymbol{\xi}$ es el vector estado que contiene las coordenadas de la estación remota, y las ambigüedades:

$$\boldsymbol{\xi} = [X, Y, Z, \Delta\nabla N_1, \Delta\nabla N_2, \dots, \Delta\nabla N_{nsat-1}] \quad (4.63)$$

Con $nsat$ siendo el número de satélites rastreado durante la observación. La solución correspondiente por mínimos cuadrados

para el vector ξ es:

$$\xi = -(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (4.64)$$

Dado que la varianza a priori es desconocida, Σ_{ξ} es derivada usando la varianza a priori unitaria, σ_0^2 , es estimada como:

$$\sigma_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u} \quad (4.65)$$

Con n número de observaciones y u número de parámetros desconocidos. La matriz covarianza de los parámetros ajustados es escalada por la varianza a posteriori,

$$\Sigma_{\xi} = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \quad (4.66)$$

■ Ventana de búsqueda de ambigüedades

En el segundo paso, es definido el espacio de búsqueda de potenciales ambigüedades enteras. El espacio de búsqueda puede ser matemático (definido en el dominio de las ambigüedades), o físico (definido en el dominio de la posición). La técnica de búsqueda en el espacio físico es discutida en (Remondi, 1984). Debido a que la búsqueda en el espacio matemático es más eficiente que en el espacio físico, solo la búsqueda en el espacio matemático será presentada en este artículo. Hay varias posibilidades para definir los rangos de las ambigüedades. Un abordaje es basado en los intervalos de confianza en torno a las soluciones de ambigüedades real usando los apropiados componentes diagonales de Σ_{ξ} (Frei, 1991). Considerando que $\hat{N}_j$ representa una estimación de las ambigüedades real de la solución flotante y $\hat{N}_p$ un potencial valor entero para la misma ambigüedad, tenemos,

$$P\{\hat{N}_j - \xi_{t,r,1-\alpha/2} \cdot \sigma_{N_j} \leq \hat{N}_j^P \leq \hat{N}_j + \xi_{t,r,1-\alpha/2} \cdot \sigma_{N_j}\} = 1 - \alpha \quad (4.67)$$

Donde $P\{\}$ representa la probabilidad para un determinado nivel de confianza $1 - \alpha$, $\xi_{t,r,1-\alpha/2}$ es la distribución t Student para r grados de libertad y un nivel de significantes α , y σ_{N_j} es la desviación estándar de la ambigüedad flotante.

Con el fin de reducir los posibles conjuntos de ambigüedad en el espacio de búsqueda, los satélites observados se pueden dividir en dos grupos, es decir, los satélites primarios y satélites secundarios (Hatch, 1991) por el hecho de que las ambigüedades correspondientes a los cuatro satélites primarios

determinan matemáticamente las otras ambigüedades correspondientes a los satélites restantes. Por lo tanto, sólo es necesario buscar las ambigüedades para los primarios, independientemente del número de satélites. La ventaja de esta técnica, es que sólo un espacio de búsqueda tridimensional necesita ser considerado.

■ **Pruebas de las combinaciones de ambigüedad entera**

Después de construir el espacio de búsqueda de la ambigüedad, el siguiente paso es tratar de identificar las ambigüedades correctas de los posibles conjuntos de ambigüedad en el interior del espacio de búsqueda. La búsqueda es realizada mediante la aplicación de ciertos criterios de validación y el rechazo.

Algunos de estos criterios son:

1. Test de compatibilidad entre las posibles coordenadas y las coordenadas derivadas del código;
2. Prueba de función ambigüedad de los residuos;
3. Prueba de compatibilidad entre el par de ambigüedades; y
4. Test sobre la forma cuadrática de los residuos.

■ **Garantía de la ambigüedad entera**

El proceso de búsqueda del conjunto ambigüedad entera se detiene si un sólo conjunto posible ambigüedad sobrevive a todos los criterios de rechazo y de validación. Sin embargo, este conjunto ambigüedad podría ser enteros correctos o unos incorrectos. La fijación de las ambigüedades de los enteros incorrectos podría ser causada por varios factores. Tiempo de observación insuficiente es uno de ellos. Otros factores incluyen el uso de parámetros en la validación y criterios de rechazo que no representan el nivel realista de los errores aleatorios y sistemáticos.

Si más de un conjunto posible de ambigüedad pasa estos criterios de validación y el rechazo, la elección tiene que hacerse para seleccionar el conjunto de ambigüedades correcta. Un criterio comúnmente utilizado es elegir el conjunto ambigüedad que produce el factor de varianza más pequeña como los enteros correctos. En este caso, el más pequeño y el siguiente factor de variación más pequeña se comparan para garantizar su independencia. La comparación se da como (Erickson, 1992):

$$\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_1} \geq \zeta_{F,r_1,r_2,\alpha} \quad (4.68)$$

Donde σ_1 es el más pequeño factor de varianza, $\hat{\sigma}_0^2$ es el segundo factor de varianza más pequeña, y $\zeta_{F,r_1,r_2,\alpha}$ es la distribución de *Fisher* para r_1 grados de libertad (para la solución con el factor de varianza más pequeña) y r_2 grados de libertad (de la solución con el segundo factor de varianza más pequeña) y con un nivel de significancia α . Si la ambigüedad establecido con el factor de varianza más pequeña no pasa la prueba de la ecuación 4.67, los datos de la observación se considera que es insuficiente para resolver correctamente la ambigüedad.

Aquí, fue descrita sólo una estrategia para la resolución de ambigüedades, no obstante, existe una clasificación basada en los dominios donde se busca la solución, estas son (Kim and Langley, 2000):

- Resolución de ambigüedades en el dominio de las mediciones;
- Resolución de ambigüedades en el dominio de las coordenadas; y
- Resolución de ambigüedades en el dominio de las ambigüedades.

4.5 Posicionamiento de Punto Preciso

El postproceso de observaciones GNSS bajo el concepto genérico de la estimación de parámetros, es viable a través del PPP, entendiéndolo como una estrategia para el posicionamiento absoluto de precisión, que durante los últimos años ha ganado una amplia aceptación entre la comunidad de usuarios. Conviene así, exponer algunas ideas que de alguna manera, permitan la comprensión de sus ventajas y desventajas al momento de determinar coordenadas dentro de un marco geospacial.

Este abordaje alternativo a la estimación relativa (i.e. eliminación de parámetros), tiene sus antecedentes en el trabajo de Zumberge et al. (1997), y desde entonces, múltiples aportes dirigidos a explotar al máximo sus potencialidades han sido presentados, destacando por ejemplo Zhao et al. (2021), Jin and Su (2020), Ghoddousi-Fard and Lahaye (2016), Ye et al. (2018), Héroux and Kouba (2001). El desarrollo del PPP permitió facilitar el procesamiento de grandes redes GPS/GNSS durante la década de los años 90 del Siglo XX, cuando la técnica satelital apenas estaba siendo empleada para la investigación geodésica y geodinámica. A la fecha, esta estrategia de estimación ocupa un lugar particular ante sus ventajas respecto al

posicionamiento relativo, con una evolución sostenida y sin precedentes si se compara con su contraparte. [Choy et al. \(2017\)](#) muestran una interesante visión al respecto.

El PPP es una estrategia de estimación (procesamiento) que permite la determinación de coordenadas del sitio, retardo en la atmosfera neutra y parámetros de reloj del receptor, partiendo de observaciones de fases portadoras GNSS registradas por un receptor de forma absoluta, y de disponibilidad previa de productos satelitales (órbitas y deriva de los relojes) altamente precisos y consistentes. Es esto lo que caracteriza al PPP respecto al posicionamiento absoluto estándar (autónomo). Para mayor información sobre sus fundamentos y características se sugieren [Teunissen \(2020\)](#) y [Kouba et al. \(2017\)](#).

La estimación es totalmente independiente de observaciones simultáneas en otros sitios, lo que implica la no-correlación geométrica entre los parámetros involucrados en el proceso de estimación, y para efectos del diseño y ejecución de la campaña, se descarta la vinculación hacia estaciones fiduciales o de control, siendo esta su principal ventaja respecto a una estimación relativa. Además, los tiempos de cómputo se ven optimizados ante la simplicidad del formulismo matemático.

Desde un punto de vista estrictamente genérico, el cálculo y ajuste de las observaciones GNSS, parte de la elaboración matemática de la observable O , es decir, de la ecuación de observación a ser resuelta, cuya forma es ([Xu and Xu, 2016](#)):

$$O_r^s = f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \delta t_s, \delta t_r, \delta_{ion}, \delta_{trop}, \delta_{tide}, \delta_{rel}, N, \epsilon) \quad (4.69)$$

Esta representa al pseudodistancia entre la estación de observación r y un satélite s para un instante t , que difiere de la distancia geométrica debido al conjunto de sesgos que alteran la observación original por códigos o fases portadoras. Se trata de una función definida por las coordenadas del satélite y de la estación ($\mathbf{x}_s$ y $\mathbf{x}_r$), las derivas de los relojes a bordo del satélite y del receptor (δt_s y δt_r), refracción ionosférica y retardo en la atmosfera neutra (δ_{ion} , δ_{trop}), efectos de marea terrestre, oceánica y polar (δ_{tide}), efectos relativísticos (δ_{rel}), ambigüedades (N , presentes sólo en la fases portadoras), y demás fuentes de error como las variaciones a los centros de fase de las antenas, sesgos inter-sistema para el caso de combinaciones entre constelaciones, e.g. GPS+GLONASS, y otros, denotadas con ϵ .

Dada la naturaleza propia del PPP, las observables que conllevan al proceso de estimación, vienen dadas por las denominadas cero-diferencias, es decir, las pseudodistancias propiamente dichos, siendo imprescindible el modelado eficiente y efectivo de todas las

fuentes de error que afectan a las observaciones GNSS, pues no es posible reducirlas (o eliminarlas) como sucede al implementar las diferenciaciones (simples-, dobles-, triples-diferencias). Con esto quiere decirse que, además de asumir conocidas las órbitas y parámetros de reloj de los satélites, todas las demás variables de la ecuación también deben ser conocidas con precisión, recurriéndose por lo general al uso de modelos externos para su representación, lo que obliga de cierta manera a implementar estándares o convenciones predefinidas para la estimación geodésica. Como dato curioso, el término “Preciso” en PPP, no se relaciona a la calidad de las determinaciones, sino a la condición específica que deben cumplir todas las variables o insumos a incorporar en el proceso de cálculo.

No solo se necesita de tales insumos precisos, las observaciones también deben exhibir altos niveles de confiabilidad interna, ya que los errores siempre tenderán a propagarse hacia los resultados de manera directa en este tipo de estimación. Para el caso de observaciones solo-GPS, esta condición se cumple cuando estas son de doble-frecuencia, registradas al ejecutar sesiones estáticas de larga duración, a pesar de que el algoritmo particular del PPP cuenta con versatilidad en relación al modo de medición, pudiendo ofrecer determinaciones a partir de observaciones estático-rápidas, cinemáticas y hasta en tiempo real, sea con una o ambas portadoras. Naturalmente, la combinación multi-constelación aporta ciertas mejoras sobre las estimaciones.

Al igual que sucede con el modelo relativo, las condiciones de entorno también influyen sobre la bondad de las observaciones, siendo ideal realizar las mediciones en sitios con la menor presencia de obstrucciones o interferencias. Pero, sin dudas, es el tiempo de ocupación lo que define una estimación óptima, por ende, las sesiones deben ser prolongadas lo que no siempre resulta conveniente para trabajos de producción.

De acuerdo a la duración de la sesión de observación, la solución PPP mostrará convergencia en función del tiempo, a partir de la cual no habrá mejoras en cuanto a precisión de las determinaciones. Durante el periodo previo a la convergencia, el cálculo aprovecha las observables formadas con los códigos PRN a fin de facilitar la resolución de la deriva de los relojes del receptor y de las ambigüedades en las fases portadoras (que no siempre será en valores enteros), por eso, mientras más observaciones, más favorable será el proceso y en sesiones de corta duración es el intervalo de registro el parámetro de mayor relevancia para tal fin.

Pero, las estimaciones PPP están limitadas al mismo intervalo de muestreo de las órbitas y relojes precisos de los satélites, quiere decir que independientemente del intervalo de registro de las

observaciones (suponga por ejemplo que las mediciones se hicieron a 1 s), el cálculo tendrá que efectuarse de acuerdo al de los productos orbitales (e.g., 15 min para la posición de los satélites y 30 s para el término de reloj). Eso se debe a la degradación en la calidad de los resultados, ocasionada por los procesos de interpolación, con mayor influencia en los términos de reloj del satélite. Por esta razón, es recomendable el uso de los denominados productos “high-rate” ofrecidos por el IGS o sus Centros de Análisis asociados.

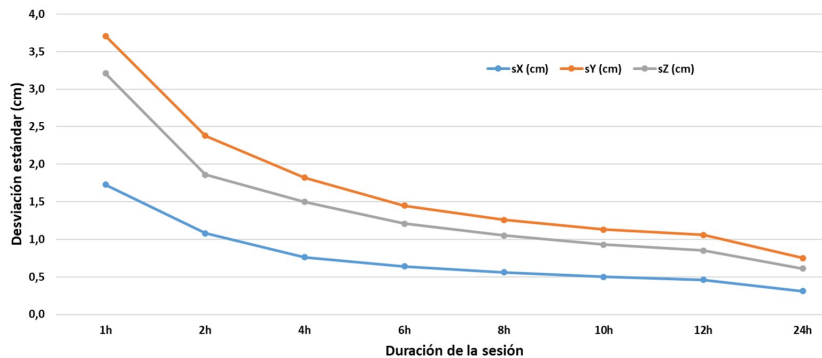


Figura 4.20: Desviación estándar para las coordenadas geodésicas de la estación ANTCoOCHL calculadas mediante estimación PPP solo-GPS, para sesiones de observación horaria

Las figuras 4.20 y 4.21 muestran la precisión (calidad interna) de una estimación PPP, solo-GPS, con diferentes duraciones de sesión; la estación SIRGAS-CON Antuco (ANTCoOCHL) fue tomada para este ejemplo, quedando en evidencia que las mejores determinaciones (en términos de su desviación estándar) provienen del procesamiento de las sesiones con mayor duración. En el caso particular de las sesiones sub-horarias (5, 10 y 15 minutos), que por lo general se ejecutan en trabajos de producción, los resultados no satisfacen criterios de confiabilidad propios de las aplicaciones en Topografía o Agrimensura, que sí son alcanzables a partir de estimaciones relativas.

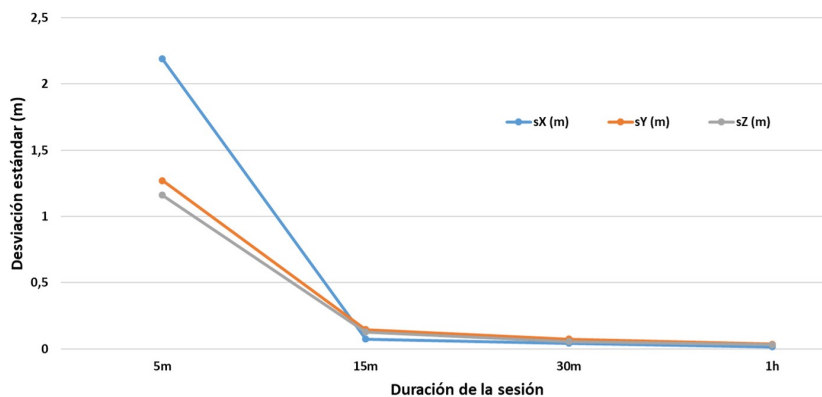


Figura 4.21: Desviación estándar para las coordenadas geodésicas de la estación ANTCoOCHL calculadas mediante estimación PPP solo-GPS, para sesiones de observación sub-horaria

Para una estimación PPP también debe tomarse en cuenta el tiempo necesario para disponer de los productos orbitales. Si se desea obtener resultados altamente confiables, entonces orbitas y relojes finales son imprescindibles, lo que supone una espera de aproximadamente 15 días luego de la medición. Productos precisos rápidos y ultra-rápidos conllevan a resultados más desfavorables, y los transmitidos quedan descartados para este tipo de cálculo GNSS. En todo caso, siempre conviene el uso de estos insumos provenientes de un mismo proveedor (e.g., IGS, [Center for Orbit Determination in Europe \(CODE\)](#), [Jet Propulsion Laboratory \(JPL\)](#), otro), ya que los resultados PPP son sensibles a variaciones causadas por el modelado propio que cada uno pudiera implementar para generar tal información (ver e.g., [Dach et al. \(2015\)](#), [Leick et al. \(2015\)](#)).

Otros insumos además de los mencionados, y que no deben ser ignorados en una estimación PPP, son los ERP, [Phase Center Variation \(PCV\)](#) de antenas emisoras y receptoras, DCB (sesgo por diferenciales en códigos), los que modelan efectos atmosféricos a nivel ionosférico y de la atmosfera neutra, los de mareas y cargas oceánica y atmosférica, y otros que permiten inferir sobre la rigurosidad asociada con la estrategia de procesamiento. Las distintas plataformas de cálculo adoptan determinados modelos, algunos establecidos por convención, otros desarrollados como parte del mismo software, que muchas veces es ofrecido por algún centro de investigación o similar, en forma de código abierto.

Por su parte, el sesgo o error asociado con las ambigüedades en fases portadoras, ha sido una pieza faltante en el rompecabezas de una estimación PPP. Los grandes avances que en la actualidad se evidencian en cuanto a esta estrategia de estimación, se centran en la resolución a valores enteros (solución fija), de manera que no se considera más una debilidad a pesar de no contar con modelos o procedimientos estandarizados como pudiera suceder con la resolución de ambigüedades en una estimación relativa. Dependiendo de la plataforma de procesamiento, altos porcentajes de ambigüedades resueltas son obtenidos, para ello, la bondad de las observaciones y las cualidades de los insumos o productos precisos, juegan un rol determinante, haciendo que el PPP sea una alternativa que facilite establecer o densificar control geodésico, monitorizar deformaciones geofísicas-geodinámicas de la corteza terrestre o de estructuras civiles, determinar órbitas para satélites LEO, estudiar la atmosfera terrestre, entre otras.

En cuanto al marco de referencia de las estimaciones PPP, puesto que la posición de las estaciones es calculada a partir únicamente de la posición de los satélites, la introducción del datum geodésico es dada a través de las órbitas GNSS. Las implicaciones que surgen en

este sentido, no deben ser tomadas a la ligera por parte del calculista. Las coordenadas resultantes se asumen como cantidades no-correlacionadas, al menos en sentido geométrico, y por lo tanto, de haber algún error remanente en alguna estación, este no se propagará hacia las demás como sucede durante una estimación relativa. Esta situación puede ser aprovechada en el análisis de redes de control geodésico, facilitando la detección de determinados errores.

Con base a lo indicado, y cuando se trate de aplicaciones geodésicas y topográficas, la adopción del PPP como estrategia de estimación GNSS debe verse con los cuidados del caso. Su uso se recomienda en aquellos casos donde se carezca de una red de control, o bien, cuando sus vértices se encuentren tan alejados que incrementarían los esfuerzos técnicos y logísticos para la ejecución de un levantamiento. Y si bien se reportan a la fecha, interesantes desarrollos sobre el PPP multi-constelación y avances sobre su implementación en tiempo real, la estimación relativa seguirá ofreciendo las ventajas ya conocidas.

4.5.1 Sobre las plataformas de procesamiento en-línea

Es probable que uno de los elementos que reafirman la masificación del GPS/GNSS como técnica geodésica para el posicionamiento geoespacial, además de la innovación en el instrumental, sea la disponibilidad de plataformas de procesamiento en-línea que, con una mínima intervención del usuario, ofrecen resultados a partir del análisis de observaciones previamente ejecutadas. Por lo general, estas son operadas y mantenidas por centros de investigación, agencias gubernamentales responsables de la información geoespacial, o empresas del sector privado dedicadas al rubro.

Luego de un levantamiento GNSS, el usuario solo debe contar con una conexión a Internet, y aunque su interacción es limitada durante el proceso de cálculo, está obligado a dominar aspectos conceptuales sobre la técnica y las estrategias de estimación, a fin de no sesgar los resultados por un uso inadecuado de estas potentes herramientas de procesamiento, pues estas se sustentan en plataformas o software de categoría científica, quiere decir que, la estimación que llevan a cabo es de tipo rigurosa. Bajo consideraciones específicas tanto de observación como de preparación previa, la posición geoespacial logra ser estimada con elevada confiabilidad, hecho demostrado por varios autores desde la aparición de los primeros servicios de cálculo, ver e.g., Ebner and Featherstone (2008), Abd-Elazeem et al. (2011), Berber et al. (2014), Ferreira et al. (2022).

En general, y de manera estricta, estos servicios de procesamiento GNSS en-línea, operan con observaciones dadas en formato estándar Receiver INdependent EXchange Format (RINEX), siendo importante que los atributos asociados con el tipo de antena y receptor, estén indicados en el encabezado y respondan a los lineamientos que rigen al respecto; además, es esencial para la obtención de resultados confiables, la apropiada reducción de la altura de la antena hacia su ARP, esta puede o debe quedar reflejada a lo interno del archivo de observación, o bien, indicarse en la plataforma, de lo contrario, la determinación de coordenadas quedará sesgada por error de tipo personal. Al igual que para un cálculo fuera-de-línea (a través de software instalado en algún PC), familiarizarse con la plataforma en-línea, sin duda alguna, es lo recomendable para conocer estos y otros detalles que influyen sobre el proceso de estimación, como por ejemplo el sistema satelital admisible (GPS, GPS+GLONASS o cualquier combinación multi-constelación), el muestreo de las observaciones que por defecto implementa, el tipo de combinación lineal para la optimización de las observables, y en general, la estrategia adoptada para el pre-análisis, análisis y ajuste.

Las características del software en-línea por lo general son documentadas y puestas a disposición del usuario en las páginas de los servicios, tratándose de información explícita que facilita la comprensión de lo expresado en el párrafo previo. Al respecto, uno de los aspectos de mayor impacto es el modelo de estimación adoptado, existiendo servicios que ofrecen postproceso relativo o PPP, este último ha sido el más implementado. Tanto el grado de conocimiento sobre los alcances de la técnica observacional como la experiencia del usuario, se tornan convenientes para asegurar la consistencia entre las mediciones y la alternativa sobre el postproceso en-línea.

La tabla 4.8 contiene datos generales sobre cuatro servicios, ampliamente conocidos por la comunidad de usuarios, y que son desarrollados y mantenidos por entidades académicas y/o científicas. En América Latina, las agencias geodésicas y cartográficas de Brasil y Argentina, han implementado iniciativas, hoy día, exitosas, ofreciendo servicios de cálculo en-línea, a saber: IBGE-PPP y PPP-Ar; ambos se sustentan en el modelo de estimación del CSRS-PPP y se hace salvedad sobre el marco de referencia asociado a las soluciones, pues este corresponde al oficial de los países mencionados.

El lector puede acceder a los servicios de CSRS-PPP, APPS, GAPS, y AUSPOS a través de los siguientes enlaces,

<https://webapp.geod.nrcan.gc.ca>, <https://pppx.gdgps.net>,
<http://gaps.gge.unb.ca>, y <https://www.ga.gov.au/scientific-topics/positioning-navigation/geodesy/auspos>,

Servicio	Modo	Sistema satelital	Software	Desarrollado por:
CSRS-PPP		GPS, GLONASS	Spark	Canadian Geodetic Survey, Natural Resources Canada
APPS	PPP	GPS	GipsyX/RTGx	JPL - NASA
GAPS		GPS, Galileo, BeiDou	GAPS	UNB Universidad de New Brunswick
AUSPOS	Relativa	GPS	Bernese	Geoscience Australia, Australian Government

Tabla 4.8: Algunos servicios de procesamiento GNSS en-línea

respectivamente.

Aquellos servicios cuya solución proviene de una estimación PPP, consideran ciertas variantes aplicadas en etapas específicas del proceso de cálculo, tal que no arrojarán un resultado idéntico para un mismo conjunto de observaciones, pero sí muy similar. En esencia, las diferencias se deben al tratamiento orbital y a los modelos externos necesarios para la reducción de efectos sistemáticos sobre las determinaciones. En ciertos casos, la plataforma da la opción al usuario, de establecer parámetros de configuración y/o introducir insumos que potencien el cálculo. En la Tabla 7.8, se presenta una comparación entre las opciones propias de los servicios CSRS-PPP y APPS, notándose el grado de autonomía que cada una otorga al usuario.

Para la estimación relativa, al ser necesario contar con observaciones simultáneas entre las estaciones, las plataformas en-línea aprovechan el funcionamiento de redes GNSS de operación continua, figurando estas como fiduciales para formar líneas-base. AUSPOS selecciona las quince (15) estaciones IGS más cercanas al sitio donde fue realizada la observación, resolviendo dobles-diferencias sólo GPS (las observaciones deben ser de doble-frecuencia). Los detalles sobre la estrategia del procesamiento riguroso así como los resultados, son enviados vía correo electrónico. Puesto que la longitud de las líneas-base suele ser considerablemente extensa (superior a los 100 km), es evidente que esta plataforma ofrecerá las mejores estimaciones mientras más prolongada haya sido la sesión de observación, lo recomendable es utilizar este servicio cuando se tengan observaciones registradas por encima de doce (12) horas. Un aspecto sobre este servicio, que puede ser de interés, es que pone a disposición el archivo SINEX (*Solution Independent Exchange Format*; detalles en <http://www.iers.org>), contenido de información descriptiva sobre las estaciones y la solución en general, coordenadas y otros parámetros estimados, ecuaciones normales, matrices de varianza-covarianza y otros elementos de tipo estocástico

asociados con el ajuste.

Tabla 7.8. Resumen de (algunas) opciones configurables y por defecto de los servicios de procesamiento en-línea CSRS-PPP y APPS

Sin dudas, estas y otras plataformas de procesamiento GNSS en-línea, son atractivas para el usuario ante la aparente simplicidad que las caracteriza. Sin embargo, el criterio técnico por parte del usuario siempre debe prevalecer en atención a las condiciones propias de las observaciones a ser procesadas, el ámbito de aplicación y el resultado esperado según este. Los proveedores de los servicios también indican recomendaciones para un aprovechamiento adecuado de las herramientas, estas no deben ser omitidas.

4.6 Problemas Propuestos

1. Se tienen las coordenadas de siete satélites, la pseudodistancia a cada satélite respectivo, y la corrección del reloj del receptor, estos presentados en la tabla 4.9. Además, las coordenadas aproximadas del receptor son:

$$X_r = 3687627,3634; Y_r = -4620821,5137; Z_r = -2386884,4153; \\ d_{TU} = 0,00;$$

X_S [m]	Y_S [m]	Z_S [m]	dt_r [μs]	pseudodistancia [m]
13191926.036	-9634277.149	-20330138.156	-89.3963614364	48100232.525
21244105.748	-15360752.012	-2877135.125	570.3845890496	47574517.142
-135122.979	25794393.804	5954578.737	38.8125012807	50223295.501
19720605.766	-17653994.853	-1657890.383	-47.6228094177	47847868.400
25910284.743	5823456.939	-2525126.594	16.4975089736	51708803.181
-1932297.136	-16733519.796	-20382553.367	655.5761218187	49370715.900
22374396.828	-3351761.100	-14280051.988	26.9173316672	49337431.587

Tabla 4.9: Coordenadas cartesianas geocéntricas y pseudodistancias

- a) Estimar las coordenadas geocéntricas del receptor y la corrección de tiempo.
 - b) Estimar los PDOP.
2. A partir de las coordenadas obtenidas de post-proceso (PP), y las obtenidas de navegación autónoma (A) con código, presentadas en la tabla 4.10, se pide:
 - a) Calcular las correcciones promedio (Δx) con las primeras 5 estaciones de la tabla 4.10.
 - b) Calcular las coordenadas de navegación corregidas de las estaciones MESA, PSAN, SCRI, TARI, X165, y XCOL.

- c) Comparar las coordenadas de navegación corregidas con las post-procesadas.

ID	X_{PP} [m]	Y_{PP} [m]	Z_{PP} [m]	X_A [m]	Y_A [m]	Z_A [m]
BORO	1927773.7640	-6018295.9684	870567.2445	1927775.7373	-6018307.4638	870571.9213
CAPA	1920886.7632	-6021440.3530	862721.1988	1920894.3323	-6021438.0000	862725.2374
EA4A	1927096.6533	-6017292.7037	877307.2520	1927099.0423	-6017314.0406	877311.9859
GRI2	1952761.5259	-6006192.7117	897283.8600	1952764.5946	-6006205.5079	897285.5711
GRIT	1953317.6011	-6006155.6813	896803.6977	1953324.1245	-6006171.6152	896806.7086
MESA	1940762.3200	-6013961.7103	876284.9734	1940762.3101	-6013975.3920	876289.3205
PSAN	1905661.8277	-6025492.3669	861877.1825	1905668.2683	-6025517.8297	861883.1446
SCRI	1928466.5398	-6019450.3330	856317.8032	1928467.8423	-6019464.1346	856321.3025
TARI	1929241.3803	-6018464.3454	861891.5764	1929248.8876	-6018488.5195	861891.6189
X165	1924901.9387	-6016239.2972	886014.8189	1924907.6996	-6016260.7918	886019.4774
XCOL	1941249.9035	-6005573.5634	917232.9576	1941254.9284	-6005585.2643	917236.1344

Tabla 4.10: Coordenadas post-procesadas y coordenadas de navegación

5

Modos de observación y planificación de campañas GNSS

La determinación de posición geoespacial mediante GNSS, implica efectuar dos procesos estrechamente relacionados: la observación y la estimación. Dependiendo de las condiciones en las que tengan lugar, la solución en términos de las coordenadas del sitio, gozará de un particular nivel de calidad. En consecuencia, es necesario tomar en cuenta los distintos elementos que conlleven a un diseño óptimo de las observaciones, tratamiento, y análisis, con el fin de aprovechar el máximo potencial del GNSS según la finalidad que se persiga.

Estos elementos del diseño permiten la ejecución de una campaña GNSS, es decir, el conjunto de observaciones destinadas para un proyecto en particular, dentro del amplio espectro de aplicaciones, como por ejemplo el establecimiento de una red de control geodésico, el levantamiento parcelario con fines catastrales y de planificación territorial, o el seguimiento de algún fenómeno geofísico.

Dentro de una campaña GNSS, el proceso de observación puede entenderse como aquel destinado al registro de las observables (i.e. pseudodistancias por códigos PRN y fases portadoras), bajo ciertos parámetros o especificaciones previamente definidas, siendo los más relevantes:

1. La duración de la sesión, ocupación simultánea y continua sobre una o varias estaciones durante una campaña, siendo de minutos, horas o días, esto último aplica en estaciones de observación continua. Es posible, y a veces indiscutible, considerar la materialización de varias sesiones
2. El intervalo de captura (o de grabación), resolución temporal con la que el receptor registra datos e información proveniente de un satélite durante el transcurso de una sesión, sus valores estándar son 1, 5, 10, 15 ó 30 segundos

3. La máscara de elevación, ángulo respecto al horizonte de la antena a partir del cual se registran las observaciones satelitales, pudiendo ser de 0, 5, 10 ó 15° (valores estándar)

Por su parte, el proceso de estimación procura la obtención de resultados confiables a partir del análisis de las observaciones, etapa en la que el modelo de estimación (absoluto o relativo) que sustenta los cálculos de la posición geoespacial y el tratamiento de las fuentes de error asociadas a la técnica observacional, juegan un papel determinante. Si bien los detalles serán abordados en el próximo capítulo, es importante resaltar que la calidad de las observaciones es un factor determinante para que el procesamiento sea efectivo. Conviene así, familiarizarse con los distintos modos de medición GNSS.

5.1 *Modalidades de observación GNSS*

En principio, el posicionamiento GNSS resulta al conocer las coordenadas de al menos cuatro satélites y las respectivas distancias observadas entre la estación y cada uno de ellos (ver Capítulo 4), esto en su forma más general, La manera en la que dicha observable es registrada, en función de la cantidad de receptores, su movilidad y la consecuente obtención de resultados, son los aspectos que definen los modos de observación. Cada uno está concebido para ofrecer la observable y, en consecuencia, una solución para la posición del sitio, la diferencia viene dada por la confiabilidad asociada, es decir, con cualquier modo de observación GNSS se obtendrán coordenadas, pero no necesariamente gozarán de la calidad requerida. Las características propias del rastreo y elaboración de la observable junto a las condiciones o escenario de la medición, influyen de manera directa, prefiriéndose uno por encima de otro durante la etapa de diseño.

En la fig. 5.1 se muestra un esquema con la clasificación de los modos de medición GNSS. Una primera distinción se relaciona con la cantidad de receptores utilizados, tratando entonces con una observación absoluta, cuando un solo instrumento rastrea de forma simultánea al menos los cuatro satélites necesarios para la estimación de coordenadas, las observables solo están dadas entre la estación y cada uno de los satélites visibles. Cuando se trata de una observación relativa, dos ó más receptores hacen el rastreo hacia los mismos satélites y en los mismos instantes, es decir, que la simultaneidad se convierte en un factor fundamental para formar la observable. La máxima separación entre el par (o grupo) de estaciones que efectúan mediciones GNSS relativas, queda limitada a la posibilidad de

rastrear a los mismos satélites, siendo de hasta miles de kilómetros, cuando ya la curvatura terrestre condiciona el alcance de la señal emitida desde un mismo vehículo espacial. La fig. 5.2 ilustra ambos tipos de observación.

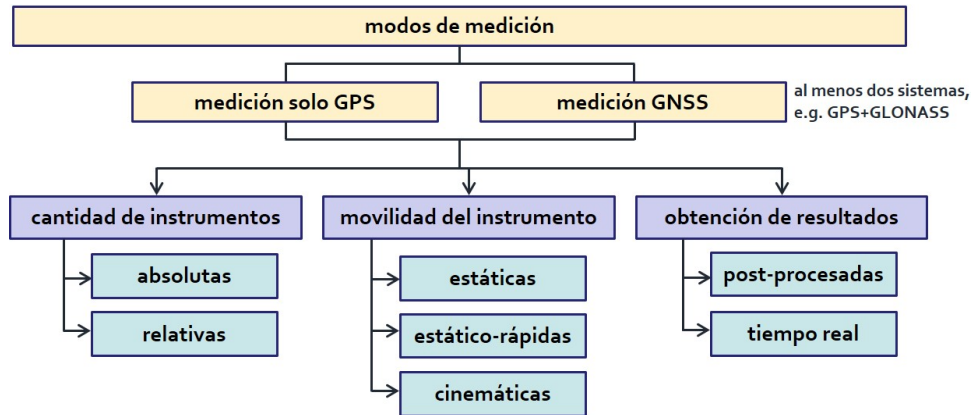


Figura 5.1: Clasificación de los modos de medición GNSS

Sea en modo absoluto o relativo, la permanencia del instrumento receptor sobre la estación durante un tiempo determinado, clasifica las mediciones según la movilidad. Así, una observación estática es aquella en la que el instrumento permanece inmóvil durante al menos 30 minutos luego de haberse instalado en el sitio. Se trata del primer procedimiento de medición que fue desarrollado a inicios de la era del GPS/GNSS (van Sickle J., 2015), cuando se buscaba la mejor manera de obtener resultados confiables aprovechando la recepción de las portadoras, siendo la resolución de ambigüedades el principal factor que al respecto debe ser evaluado.

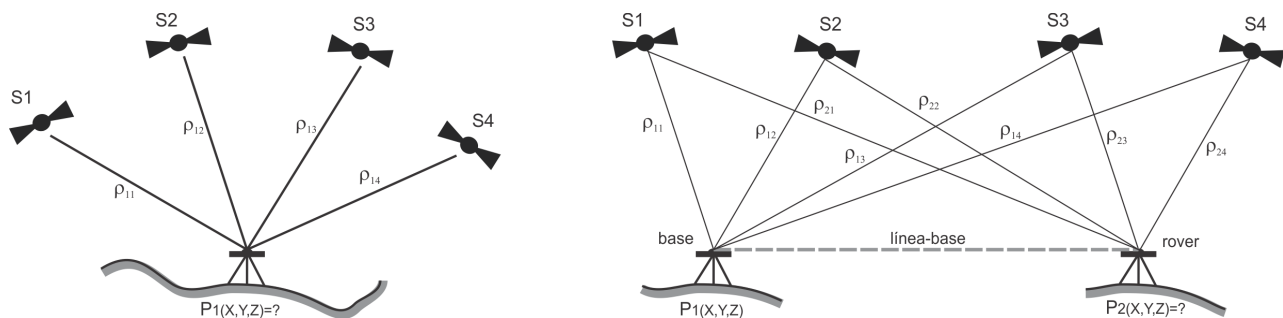


Figura 5.2: Observación GNSS absoluta (izq.) y relativa (der.)

Hoy en día, el modo estático se considera el procedimiento estándar de observación GNSS, y el que ofrece las determinaciones de mejor calidad posible, tal que debe asumirse como primera opción cuando así se requiera, Si bien puede ser utilizado para cualquier tarea asociada con el posicionamiento, está quedando reservado para aplicaciones muy particulares, como el establecimiento y

mantenimiento de marcos de referencia geodésicos o como apoyo para la observación de fenómenos geofísicos o geodinámicos.

Escenarios típicos de observación GNSS en modo estático, se presentan en la fig. 5.3, para asegurar la estabilidad de la antena receptora, esta debe acoplarse adecuadamente al trípode a través de una base nivelante. La mayor garantía de inmovilidad, la otorga una monumentación con centración forzada como la implementada en las estaciones continuas.



Figura 5.3: Escenarios típicos de la observación GNSS en modo estático: instrumento receptor Trimble R4 dispuesto sobre trípode (sup.) y Thales Z-Max dispuesto sobre monumento de centración forzada

La duración de una sesión estática se establece al evaluar ciertos factores. La finalidad del trabajo, el tipo y cantidad de instrumental disponible, y la distribución de los satélites, pueden hacer que la ocupación sea tan extensa o tan corta según sea conveniente. En caso de que el posicionamiento sea de tipo relativo, debe prestarse atención a la longitud de la línea-base, y como regla general, mientras más larga esta sea, mayor duración tendrá la sesión estática. Para un posicionamiento absoluto, también convienen largas sesiones de observación estática.

Sin menoscabo respecto a la duración de la sesión, dada su naturaleza, la observación estática se caracteriza por el elevado volumen de observables que logran ser registradas. El intervalo de captura es un parámetro de medición del que además depende esta condición, siendo habitual escoger intervalos medios a bajos (i.e. 10 a 30 segundos) para sesiones mayores a seis horas, aunque esto es no es de carácter obligatorio, ya que la observación estática bien puede ejecutarse a intervalos altos y ultra-altos (e.g., 5, 1, 0.5 segundos), cuando la capacidad de memoria lo permite (en estaciones de operación continua por ejemplo) o bien, cuando el objetivo de las mediciones se centra en la captura de señales geofísicas (como aquellas propias de eventos sísmicos) o aquellas generadas por cargas dinámicas en estructuras civiles.

Sobre la extensión o duración de las sesiones estáticas, se resalta la

ventaja ofrecida por el despliegue total de las constelaciones GNSS, pues la alta disponibilidad de satélites, incrementa la cantidad de observaciones reduciendo en consecuencia, los tiempos de ocupación, hecho demostrable tomando el ejemplo de la fig. 5.4, en la que se muestra una vista del cielo (*skyplot*) para una locación y fecha en particular. Además, es apreciable la mejora en la configuración geométrica de la observación ante la incorporación de satélites de las otras constelaciones, respecto a la definida sólo con GPS.

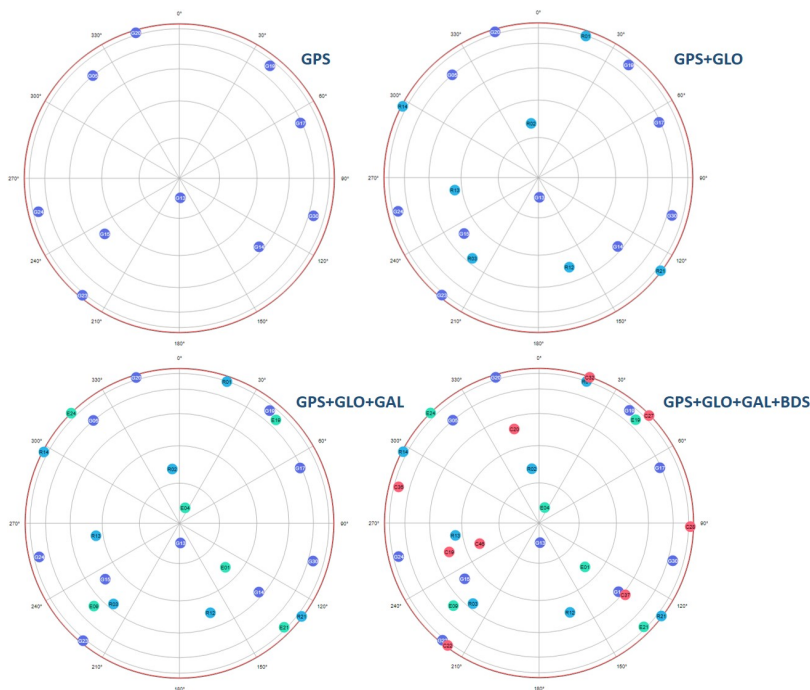


Figura 5.4: Vista del cielo (*skyplot*) para una locación en Los Ángeles (Chile), entre las 00h00m00s y 23h59m59s, máscara de elevación de 5° (Navmatix Mission Planning: <http://gnssmissionplanning.com>)

Cuando el periodo de la ocupación sobre la estación de observación, es inferior a los 30 minutos, el modo de medición se denomina estático-rápido. Como lo indica su nombre, es una variante del estático, en la que el receptor debe permanecer inmóvil durante un tiempo corto pero suficiente para posibilitar la resolución de ambigüedades en las fases portadoras, esto tiene que ver con el registro de la cantidad adecuada de observables. En la práctica común, la sesión estático-rápida se establece de 5, 10 ó 15 minutos, utilizando altos intervalos de captura (1 ó 5 segundos).

El modo estático-rápido puede resultar conveniente en trabajos que demanden la medición sobre la mayor cantidad de puntos posible en un tiempo específico, según criterios de productividad, como los levantamientos topográficos de detalles. Bajo ciertas condiciones (asociadas con el óptimo diseño de las observaciones), puede ofrecer niveles de calidad comparables con el modo estático.

Al respecto, el estático-rápido debe limitarse a líneas-base no mayores a 15 km, dando por hecho que solo resulta viable (en términos de precisión y exactitud) bajo una estimación relativa.

El estático-rápido también resulta una opción factible, cuando la cantidad de instrumentos es moderada, facilitando así la ocupación de las estaciones con un nivel de productividad aceptable. Al ser suficientes sesiones cortas, la movilización hacia otros sitios de observación puede darse sin mayores contratiempos, y al respecto, no es necesaria la instalación sobre trípodes, tal como puede apreciarse en la fig. 5.5.

Una modalidad significativamente diferente a las dos previas, surge cuando el receptor se encuentra en movimiento, se trata de la observación cinemática. Esta se caracteriza por permitir la ocupación masiva de puntos en instantes muy cortos, logrando levantar la trayectoria que los contiene. El receptor se dispone por lo general, en algún tipo de plataforma móvil, e.g., automóvil, **Vehículo Aéreo No Tripulado (VANT)**, satélite artificial, etc., y debe ser capaz de registrar observaciones a intervalos de captura altos por lo que sus capacidades en hardware y software son elementos clave, que deben considerarse al momento de optar por este tipo de medición, pues está sujeto a mayores probabilidades de pérdida de rastreo.

La importancia de mantener un rastreo continuo durante el trascurso de la medición cinemática, se asocia al efecto perjudicial de los saltos de ciclo ¹ y la introducción de nuevas ambigüedades, ante el reducido número de observaciones que logran ser registradas, de ahí que sea necesario llevar a cabo el proceso de inicialización antes de efectuar el levantamiento cinemático. Con la inicialización, se logra el registro suficiente de observaciones como para resolver la ambigüedad inicial, que se mantendrá siempre que no ocurra interrupción alguna en la recepción de la señal.

El proceso de inicialización se lleva a cabo mediante cuatro estrategias ampliamente desarrolladas, y su implementación depende, de las capacidades del instrumental y los tratamientos correspondientes durante la estimación (e.g., aplicando combinaciones lineales); estas se resumen a continuación:

1. Por ocupación estática: previo al inicio del levantamiento, se efectúa una observación en modo estático sobre una línea-base corta, lo suficiente como para que la sesión sea de algunos minutos (estático-rápido). Durante el periodo de la observación podrán acumularse observables que permitan resolver la ambigüedad inicial a nivel instrumental, y así dar inicio a la ocupación cinemática.
2. Por línea-base conocida: esta estrategia requiere de la existencia



Figura 5.5: Escenarios típicos de la observación GNSS en modo estático-rápido

¹ variación súbita en el conteo de las fases acumuladas durante una medición de portadoras que corresponde a un número entero de ciclos

de dos puntos de control que permitan conformar una línea-base, al ser conocida con precisión la geometría entre estaciones y satélites, la comparación respecto a la geometría que está siendo conformada durante la observación, permitirá reducir el dominio de búsqueda y en consecuencia, resolver la ambigüedad. De ser una línea-base de corta extensión, el proceso demanda menor esfuerzo técnico y logístico. El levantamiento se lleva a cabo considerando una de las estaciones como base.

3. Por intercambio de antena (*antenna swap*): fue muy utilizado durante la época del *Stop and Go*; para implementarlo, era necesario instalar una antena sobre la estación base, luego, la antena del rover se situaba lo más cerca posible (algunos metros cuando mucho), bien sea sobre trípodes o con accesorios especiales como el mostrado en la fig. 5.6. Luego de una muy corta sesión estática, ambas antenas se intercambiaban para repetirla, una vez culminada, las antenas volvían a su ubicación original. Todo este proceso era efectivo siempre que no se presentara interrupción en la recepción de la señal, ninguno de los receptores podía ser apagado.
4. **On-the-Fly (OTF)**: se trata de una estrategia diseñada para una rápida resolución de ambigüedades mientras el receptor está en movimiento, siendo ideal para procedimientos de medición cinemática y en tiempo real, de hecho, es la que generalmente se emplea hoy día. La efectividad del algoritmo para resolver la ambigüedad en su propio dominio, depende de la observación hacia un mínimo de cinco satélites, existiendo variantes de acuerdo al desarrollo instrumental. En condiciones apropiadas de observación, la resolución es instantánea.

Entre las aplicaciones habituales de una observación cinemática, pueden mencionarse los levantamientos costeros e hidrográficos, la actualización cartográfica o la validación de productos georreferenciados provenientes de la percepción remota. En estos casos, el método ofrece niveles de calidad centimétrico a decimétrico cuando se forman líneas-base no mayores a 30 km respecto a estaciones de control, y manteniendo velocidades del móvil que no excedan los 60 km/h.

Cuando las observaciones son ejecutadas de acuerdo a criterios técnicos particulares, el modo cinemático puede ser útil para la detección y control de deformaciones estructurales en obras de gran envergadura, como puentes, viaductos, represas, entre otras. Cioce et al. (2010) exponen experiencias en el caso de un puente de



Figura 5.6: Disposición de antenas GPS para un *antenna swap*, algunos receptores incluían los accesorios para facilitar el proceso, imagen: 1999 Magellan Corporation

concreto sometido a la acción de cargas dinámicas. Otras aplicaciones del modo cinemático tienen que ver con los procesos de adquisición aerofotogramétrica (con tomas desde aviones o **VANT**), el cálculo de órbitas satelitales tipo **LEO**, y la confección de sismogramas sintéticos.

Si partiendo de los modos de medición descritos (estático, estático-rápido, cinemático), la solución precisa de posición **GNSS** es obtenida luego del trabajo de campo, con auxilio de software especializado, entonces, estas pasan a ser observaciones **postprocesadas**. En caso contrario, son observaciones en **tiempo real**.

Los procedimientos de observación **GNSS** en modo postproceso evolucionaron en función del aprovechamiento de las señales para la resolución de ambigüedades y mitigación de las fuentes de error, registrando datos durante tiempos de ocupación apropiados desde un punto de vista logístico, pero siempre dependiendo del tratamiento y análisis a posteriori. Esta condición es superada por la observación en tiempo real, llevando inclusive, a la obsolescencia de metodologías como el *Stop and Go* (Pare y Siga) o el Pseudo-cinemático (Seeber, 2003a). El auge de las observaciones en tiempo real no ha tenido precedentes en el desarrollo de las mediciones **GNSS**, su evolución sostenida a la par del desarrollo tecnológico las convierte hoy día, en una opción atractiva ante su sencillez y precisión para una amplia mayoría de aplicaciones en Topografía, Agrimensura, Geociencias, Ingeniería y otras, que de manera paulatina viene desplazando al postproceso.

5.2 Observaciones GNSS en Tiempo Real

Con una observación en tiempo real, el resultado es determinado de manera instantánea, una vez que la señal haya sido debidamente procesada a lo interno del receptor, por definición, el posicionamiento es absoluto (o autónomo). Todo instrumento **GNSS** está habilitado para el cálculo de coordenadas geoespaciales de manera inmediata, desde los dispositivos dispuestos en teléfonos inteligentes hasta aquellos receptores multiconstelación de utilidad geodésica. Esto es posible gracias al proceso de correlación de los códigos PRN que da paso a la observable y, en consecuencia, al vector de posición geocéntrica. Dada la resolución de los códigos PRN y demás características expuestas en el Capítulo 4, una precisión nominal de ± 1 m a ± 10 m es alcanzable.

En este sentido, debe quedar claro que las observaciones en tiempo real solo tienen ventajas significativas respecto a los métodos en postproceso, cuando ofrecen determinaciones comparables en precisión y exactitud. Para ello, el tratamiento instantáneo de las

fases portadoras y la reducción de efectos sistemáticos son elementos clave, lo que permite pues, distinguir entre dos categorías de posicionamiento en tiempo real: DGPS (o DGNSS: *Differential GPS/GNSS*) y RTK.

El DGPS/DGNSS se caracteriza principalmente, por hacer uso de los códigos PRN para la elaboración de las observables, las mejoras en la posición de la estación rover son apreciables en comparación con el posicionamiento autónomo estando en el orden de ± 0.5 a ± 3 m. Cuando la observación en tiempo real es realizada en función de las fases portadoras, se trata de un posicionamiento en modo RTK.

Ambas categorías se sustentan en el principio general ilustrado en la fig. 5.7. Obtener posición precisa en tiempo real es posible cuando dos ó más estaciones realizan observaciones simultáneas hacia los mismos satélites, y hacia una o varias estaciones base que deben contar con coordenadas confiables y consistentes con el marco y época de referencia asociado a las órbitas GNSS; además, debe contar con la capacidad de calcular y transmitir un conjunto de correcciones diferenciales a determinados elementos a ella asociados. La estación rover debe recibir y aplicar las correcciones, a fin de resolver su posición respecto a la base. Es evidente que el instrumental tendrá que contar con características especiales a nivel de hardware y software para poder efectuar este modo de observación.

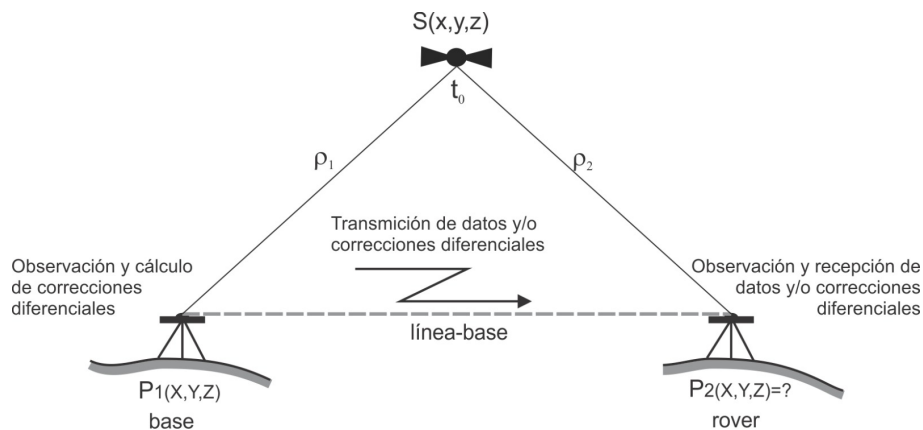


Figura 5.7: Principio general del posicionamiento GNSS en Tiempo Real

Otro aspecto a resaltar se relaciona con el instante o época asociada a la corrección que es calculada por la estación base. Esta operación se da durante todo el periodo de ocupación sobre la estación de referencia, mientras que el receptor en la estación rover irá aplicando la corrección de forma consistente para la época en la que fue generada. Por tal razón, la latencia (tiempo que demora la corrección en arribar a su destino) es un parámetro a ser evaluado durante el proceso de observación; por lo general, se asume efectiva una corrección cuya latencia no sobrepase los 3 segundos.

En relación a las correcciones, según las características y alcances del recurso tecnológico disponible, estas pueden ser generadas en tres distintos dominios, con diferencias notables en cuanto a la calidad final de las determinaciones. Cuando las correcciones son generadas en el dominio de las coordenadas, simplemente se calculan variaciones entre la posición conocida y precisa de la base respecto a la posición que está siendo estimada durante la observación; estas se transmiten al rover quien las aplica sobre las coordenadas por él estimadas. Mientras mayor sea la longitud de la línea-base, más imprecisa será la corrección y, por ende, la posición de la estación rover.

Una estimación de posición GNSS en tiempo real más confiable viene dada cuando las correcciones son generadas en el dominio de las observaciones, bajo el concepto de la representación espacial de la observación (OSR, *Observation Space Representation*). La posición conocida de los satélites y de la estación base, permiten el cálculo de las correcciones diferenciales a las pseudodistancias y fases portadoras, siendo transmitidas hacia la estación rover para ser aplicadas a sus propias observaciones. Es bajo este esquema que se sustentan los procedimientos de estimación en tiempo real comúnmente utilizados.

La tercera forma de generar las correcciones diferenciales se da en el dominio del estado espacial, concepto denominado por las siglas SSR (State Space Representation), y su implementación práctica se sustenta en la existencia redes GNSS de operación continua. Un conjunto de correcciones individuales para efectos asociados con la refracción de la señal GNSS en la alta atmosfera, su retardo en la atmosfera neutra, la deriva de los relojes a bordo de los satélites y variaciones en sus órbitas, entre otros, son calculados y diseminados al usuario. Todo receptor rover con acceso a estas correcciones optimiza su posicionamiento en tiempo real al aplicarlas a sus observaciones.

Ahora bien, las correcciones diferenciales, independientemente de cómo sean calculadas, son transmitidas siguiendo protocolos de comunicación específicos. Al tratarse de datos digitales, los archivos pueden ser elaborados en formatos propios del fabricante (ver tabla 5.1), y en este caso, sólo es posible la observación en tiempo real cuando se dispone tanto en base como en rover, de receptores GNSS de una misma casa. Hoy día es evidente la limitación para el usuario, no obstante, era lo común durante los primeros años de desarrollo del GNSS en Tiempo Real.

Con la masificación del GNSS y todas sus implicaciones desde lo técnico a lo comercial, los receptores cuentan con la capacidad de generar correcciones diferenciales, transmitirlas, recibirlas y

asimilarlas, bajo un formato estándar que permite la comunicación entre base y rover sin mayor inconveniente. Se trata del Formato RTCM SC-104 (*Radio Technical Commission for Maritime Service*; www.rtcn.org).

Nombre	Fabricante	Tipo
RT17 (Record Type 17)	Trimble Navigation	Propietario
CMR, CMR+ (Compact Measurement Record)		
LB2 (Leica Binary 2)	Leica GeoSystems	
NovAtel Binary Format	NovAtel	
NOVATELX		
JPS	Javad GNSS	
RTCA	Sokkia	
ATOM (AshTech Optimized Messaging)	Ashtech	
DBEN		
SBF (Septentrio Binary Format)	Septentrio Satellite Navigation	
RTCM SC-104 (Radio Technical Commission for Maritime Service)		Estándar
NMEA 0183 (National Marine Electronics Association)		

Tabla 5.1: Principales formatos empleados para la transmisión de correcciones diferenciales

El formato presenta una estructura similar a la del mensaje de navegación emitido por los satélites GNSS, excepto que su longitud es variable, agrupando los datos e información en mensajes que contienen por separado las observaciones, coordenadas de la estación, descripción y punto de referencia de las antenas, efemérides, etc. Existen diferentes versiones que han sido desarrolladas para satisfacer las necesidades del usuario, la más reciente es la RTCM 3.3. La adopción del RTCM facilita el uso de receptores provenientes de distintos fabricantes, al momento de ejecutar mediciones en tiempo real, especialmente cuando se recurre a estaciones de operación continua.

Otro formato estándar, pero de uso preferente para el DGPS/DGNSS, es el NMEA 0183 (*National Marine Electronics Association*; www.nmea.org). Su versión actual es la 4.11, soportando sistemas globales y regionales de navegación satelital operativos a la fecha. La estructura y contenido del mensaje está diseñada para proveer lo necesario para la estimación en tiempo real.

La manera en la que se transmite el paquete de corrección diferencial propietario o estándar, puede darse a través de radios modem conectados a los receptores GNSS (o incorporados a este

tratándose de instrumental moderno). Al respecto, la corrección es modulada sobre una señal tipo *Very High Frequency*-VHF o *Ultra High Frequency*-UHF, que se transmite a cierta frecuencia; su alcance puede ser de algunos kilómetros (lo suficiente como para ejecutar levantamientos topográficos). En la medida que se incrementa la separación base-rover, esta señal va atenuándose, siendo necesario el uso de amplificadores y antenas emisoras apropiadas a fin de poder incrementar la longitud de la línea-base hasta decenas de kilómetros. Debido a las características de la señal de corrección y los entornos de propagación, el proceso de emisión/recepción puede verse afectado por obstrucciones físicas (e.g., vegetación, edificaciones) o la topografía del terreno, y bajo estas circunstancias, conviene la instalación de la antena emisora a una altura suficientemente elevada como se ilustra en la fig. 5.8.

Existen otras opciones para la transmisión/recepción de la corrección diferencial: aprovechando la plataforma de la telefonía celular, vía Internet o por telemetría satelital. Cualquiera de estas ofrece sus propias ventajas en cuanto a la observación en tiempo real en sí misma, uso de recursos instrumentales y aspectos económicos. Por ejemplo, transmitiendo por vía telefónica o por Internet, se superan las limitantes de los radios modem indicadas previamente, pero no resulta viable en sitios donde falla la cobertura del servicio. Por otra parte, a través de conexión satelital, se tendrá acceso a la señal de corrección diferencial a nivel mundial, pero esto implica altos costos por contratación de servicios. Naturalmente, cualquiera de estas opciones resulta conveniente atendiendo a las necesidades propias del posicionamiento.

Se destacan dos aspectos de gran relevancia para las observaciones en tiempo real. El primero se relaciona con la marcada estandarización del desarrollo instrumental dirigida a favorecer esta modalidad de medición, haciéndola más amigable, con hardware integrado, facilidades para una variada conexión mediante radio, bluetooth, tarjetas SIM (*Subscriber Identity Module*) para acceso a telefonía y/o datos, etc., y software intuitivo para el usuario, capaz de soportar las distintas variantes, formatos y demás detalles operativos. Por otro lado, la directa interrelación entre el avance tecnológico de las telecomunicaciones y su influencia sobre las observaciones GNSS en Tiempo Real, encuentran un punto de convergencia en el protocolo *Networked Transport of RTCM via Internet Protocol* (NTRIP) (*Networked Transport of RTCM via Internet Protocol*; <https://igs.bkg.bund.de/ntrip>), con el cual es posible la diseminación de todo tipo de datos GNSS a través de la Internet con amplios beneficios para el DGPS/DGNSS y RTK.

De estas dos categorías genéricas, es la RTK la que goza de mayor

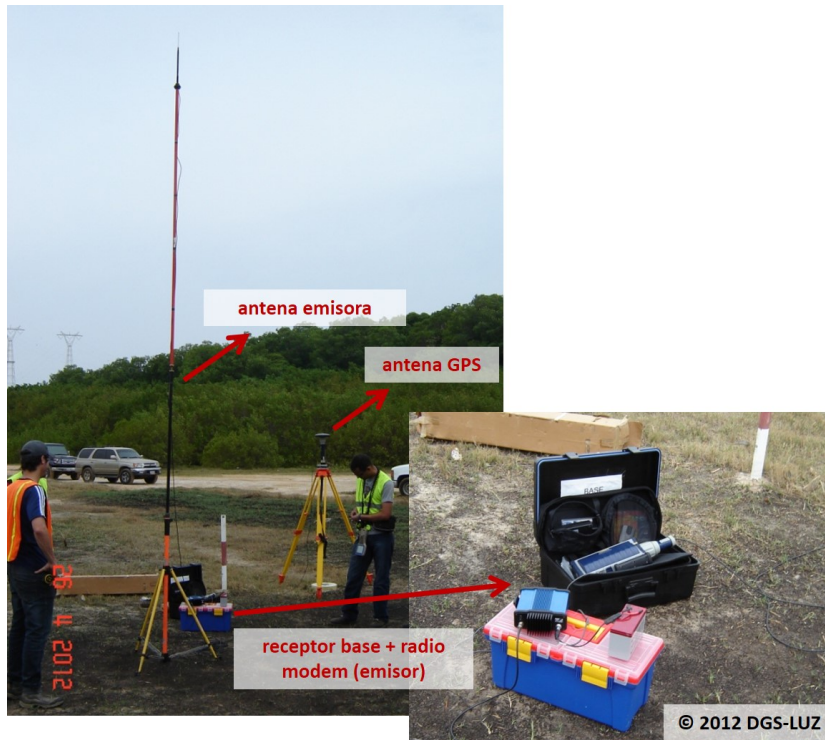


Figura 5.8: Estación base para un levantamiento GNSS en Tiempo Real

aceptación en el ámbito topográfico y afín, pues es la única que logra satisfacer los requerimientos de calidad del posicionamiento destinado a las labores que normalmente son ejecutadas (levantamientos y replanteos para fines diversos), Tal como fue mencionado previamente, el **RTK** se caracteriza por el aprovechamiento de las fases portadoras (una o doble frecuencia, solo-GPS o multiconstelación), y además de calcularse correcciones diferenciales en la estación base, esta debe transmitir al rover las observables que están siendo registradas. En la estación rover, tiene lugar la resolución de la línea-base al formar dobles-diferencias mejoradas a partir de las correcciones. Al tratar con fases portadoras, es implícita la consideración del efecto propio de las ambigüedades aplicando sofisticadas estrategias de búsqueda y resolución como por ejemplo la **OTF** para lograr determinaciones confiables. Una estimación **RTK** goza de ± 2 cm de precisión una vez fijadas las ambigüedades, sobre líneas-base de hasta 15 ó 20 km (Bisnath, 2020).

Al tratarse de una estrategia de posicionamiento relativo, el **RTK** es susceptible a la separación base-rover dada la correlación entre las principales fuentes de error respecto a la longitud de la línea-base (i.e. refracción ionosférica, retardo en la atmosfera neutra, incertidumbre en la órbita y deriva de los relojes de los satélites), lo

que pudiera dificultar la resolución de ambigüedades y arrojar soluciones flotantes, esto se traduce en un error de orden decimétrico o superior en las coordenadas del rover. Del mismo modo, las condiciones de entorno eventualmente afectan la transmisión de datos y correcciones desde la estación base incrementando así la latencia, tal que la edad-de-las-correcciones introduce mayores sesgos sobre las determinaciones.

Por ende, el RTK debe ser implementado tomando todas las medidas tendentes a lograr el mejor desempeño posible, valiéndose de la transmisión/recepción vía radio modem (i.e. RTK estándar) o vía Internet (i.e. RTK-NTRIP), según los recursos técnicos o instrumentales a disposición. Al respecto, la fig. 5.9 ilustra la configuración de equipos y accesorios propios del RTK estándar, si se tratase del RTK-NTRIP, los radios modem se sustituyen por dispositivos capaces de conectarse a la Internet (e.g., teléfonos inteligentes, tabletas o los mismos receptores). La figura solo es referencial, y muestra cada componente por separado para realizar este tipo de mediciones GNSS. Actualmente, los fabricantes ofrecen equipos totalmente integrados, ayudando a mejorar el rendimiento en las labores de campo. Destaca el uso de la controladora como accesorio básico (ver fig. 5.10), pues este dispositivo permite gestionar toda la operación, desde la configuración instrumental hasta la visualización y almacenamiento de las coordenadas estimadas.

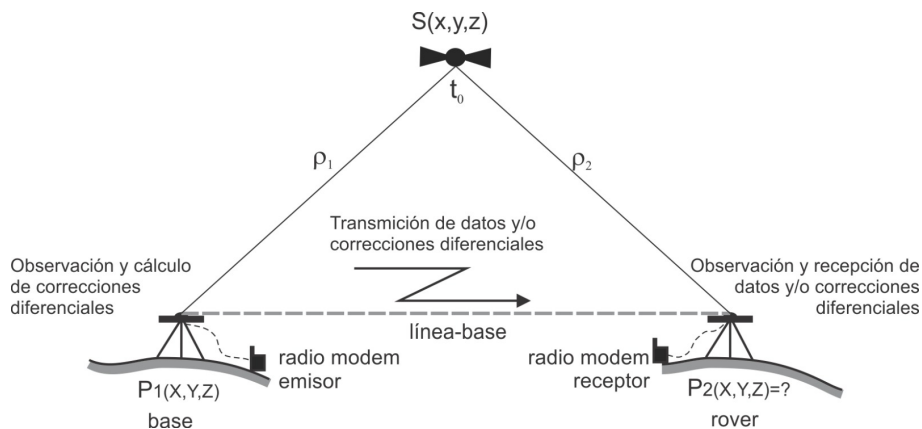


Figura 5.9: Configuración instrumental del RTK estándar

5.3 Consideraciones acerca de los procedimientos de medición GNSS

Antes de entrar en detalles acerca de la planificación de campañas GNSS, puede resultar conveniente para el lector, considerar algunos aspectos sobre los procedimientos de observación tal y como han sido expuestos. De esta manera:



Figura 5.10: Algunos modelos de controladoras para mediciones RTK: (1) Leica CS20, <https://leica-geosystems.com>; (2) Trimble TSC3, <https://geospatial.trimble.com>; (3) Spectra Precision Ranger 3XC, <https://spectrageospatial.com>; (4) South H6, <https://www.southinstrument.com>; (5) Carlson Surveyor2, <https://www.carlsonsw.com>; (6) Juniper System Allegro 3, <https://junipersys.com>

1. El posicionamiento preciso (i.e. aquel destinado a satisfacer necesidades propias de la Geodesia, Topografía, Agrimensura, y afines) solo es alcanzable cuando las observables a ser registradas, son elaboradas a partir de la recepción de las fases portadoras. Cualquier método de observación que se elija en determinado proyecto, debe hacerse con el instrumental apropiado. Las observables basadas en códigos PRN tienen un rol secundario durante el proceso de estimación.
2. Dado lo anterior, la resolución efectiva de ambigüedades es imprescindible a fin de alcanzar la máxima calidad posible de acuerdo al escenario de medición y finalidad del trabajo. Aunque actualmente tanto el instrumental como los procesos de estimación son más confiables, siempre será recomendable la selección de sitios de observación libres de obstrucciones a la señal, en especial cuando se trata de observaciones de corta duración (estático-rápido, cinemático, RTK).
3. Todo receptor GNSS, por más sofisticado que este sea, no tiene capacidad alguna de ofrecer un posicionamiento preciso, pues tal como fue mencionado previamente, opera bajo el principio de la estimación autónoma. Siempre será necesario llevar a cabo un determinado proceso de estimación (en postproceso o en tiempo real), partiendo de la existencia de una infraestructura geodésica, cuando se buscan determinaciones centimétricas o mejores. Esto tiene gran relevancia, en especial para las observaciones en tiempo real.
4. Desde el punto de vista del ajuste por mínimos cuadrados, los errores aleatorios de las observaciones estáticas quedan confinados en los residuales luego del ajuste, esto debido al gran volumen de datos que por lo habitual son tratados, permitiendo asumir una distribución normal de los mismos y la consecuente aplicación de los modelos matemáticos

correspondientes. En observaciones cinemáticas y [RTK](#), los errores se manifiestan de manera directa sobre las coordenadas, y en tal sentido, conviene la reocupación de sitios de medición a fin de evaluar la calidad general de las determinaciones. Este tipo de observaciones están sujetas a los distintos sesgos o fuentes de error, en mayor proporción en comparación con las de tipo estática.

5. La clasificación de los métodos de medición [GNSS](#) que ha sido expuesta, se ofrece bajo un estricto carácter didáctico, solo para procurar una mejor comprensión de la terminología asociada. En la práctica común, las observaciones se llevan a cabo combinando todas las categorías, por ejemplo, el usuario que determine su posición sólo con ayuda de su teléfono inteligente con capacidad de rastreo [GNSS](#), está realizando un posicionamiento estático, absoluto en tiempo real (i.e. autónomo), pero si comienza a desplazarse hacia otro punto, pasaría a ser un cinemático (e.g., al seguir la ruta de un servicio de entrega a domicilio). Una subdivisión que también pudiera mencionarse, tiene que ver con la constelación rastreada, teniéndose así, observaciones solo-GPS o multiconstelación ([GPS+GLONASS](#), [GPS+GLONASS+Galileo](#), [GPS+BeiDou](#), etc.).
6. En relación con los métodos de medición y su clasificación de acuerdo a la movilidad del instrumento, debe aclararse que aquellos de naturaleza híbrida, como el Stop and Go, aunque siguen estando habilitados para su ejecución a nivel instrumental, presentan limitaciones inherentes a la etapa de inicialización y obligatorio rastreo continuo de la señal durante los traslados, ampliamente superadas por el estático-rápido o el [RTK](#). De ahí que dicho procedimiento observacional haya desaparecido en la práctica común; su única relevancia actual es de tipo conceptual en cuanto a la resolución de ambigüedades respecta.

5.4 *Redes GNSS de operación continua*

Con los adelantos tecnológicos y mejoras progresivas en materia de Geodesia Satelital, las redes geodésicas basadas en observaciones [GPS/GNSS](#) episódicas (o redes pasivas), han sido sustituidas durante las últimas décadas por aquellas en las que sus estaciones operan de manera continua, dándose una situación muy similar a la experimentada durante los años 90 del siglo XX, cuando las redes clásicas (i.e. triangulaciones, trilateraciones) se reemplazaron por las de tipo satelital.

La principal función de una red de operación continua, es la recolección permanente de datos [GPS/GNSS](#) dentro del área donde ha sido establecida (a escala global, continental, nacional o local), definiendo así, la infraestructura geodésica que soporta todo tipo de actividad técnica o científica que hace uso de información geoespacial. Cuando las estaciones cuentan con la capacidad de generar y transmitir correcciones diferenciales en tiempo real, entonces, se trata de una red activa.

Las redes continuas (o activas) ofrecen varias ventajas desde el punto de vista del posicionamiento, por un lado, permiten mantener actualizado el marco de referencia geodésico al evaluar su cinemática, lo que garantiza su confiabilidad a largo plazo, y proveen los insumos necesarios para la estimación de coordenadas, tales como posiciones de referencia para efectuar los levantamientos, órbitas y relojes satelitales (cuando las estaciones están integradas en una red global), modelos para la reducción de efectos ionosféricos y de la atmosfera neutra, componentes de velocidad para la extrapolación de la posición en el tiempo, entre otros, pero en esencia, las estaciones con régimen de operación permanente pueden proporcionar los datos y metadatos necesarios para que el usuario logre la estimación de coordenadas a partir de mediciones en modo relativo postproceso o tiempo real, destinado a un amplio rango de aplicaciones y vincularlas al sistema/marco de referencia adoptado.

Por lo general, la instalación de [Continuously Operating Reference Stations \(CORS\)](#) es asumida como responsabilidad de aquellos entes gubernamentales a cargo de la actividad geodésica y cartográfica de un país, como el [IGM](#), <https://www.igm.cl>) en Chile, o de alguna unidad político-administrativa inferior (e.g., municipalidades).

Existen, además, sólidas iniciativas multinacionales y de carácter científico, que agrupan y ponen a disposición de los usuarios, el conjunto de datos y productos asociados de las estaciones de observación [GNSS](#) operadas de manera independiente por agencias o instituciones académicas o de investigación, siendo el [IGS](#) el ejemplo más resaltante y de interés con fines prácticos.

Por su parte, desde el sector privado, servicios de posicionamiento y navegación satelital son ofrecidos a la comunidad de usuarios que demandan productos con determinados niveles de calidad y disponibilidad, y para ello, estos proveedores establecen y operan sus propias redes [GNSS](#) continuas. Uno de los servicios por suscripción ampliamente conocido en el medio, es [OmniSTAR](#) (<https://www.omnistar.com>). Las figuras [5.11](#) a [5.13](#) muestran la distribución geográfica de estas tres redes continuas, cuyas estaciones pueden ser consideradas como fiduciales para efectos del posicionamiento.

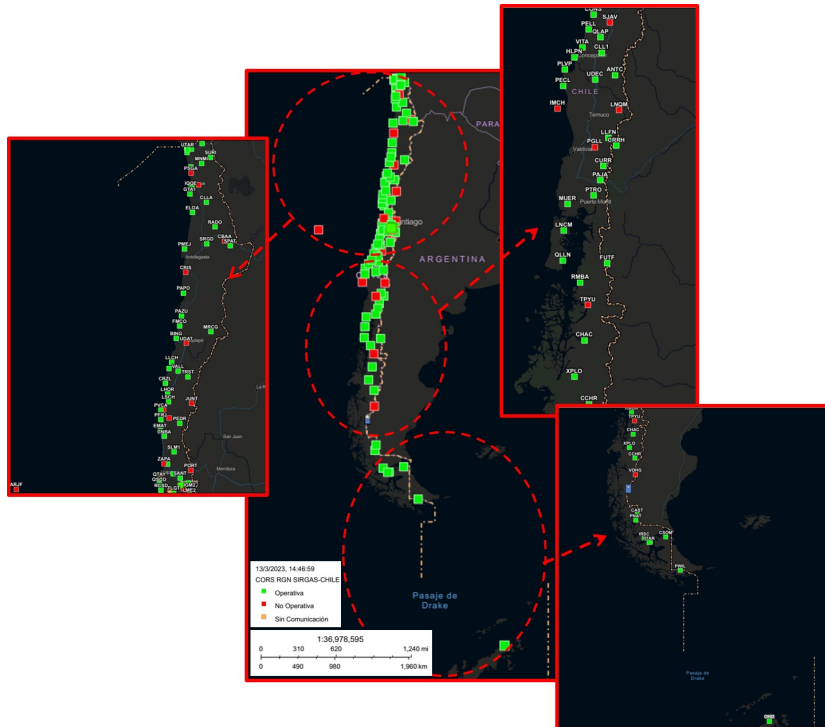


Figura 5.11: Estaciones de referencia de la red SIRGAS-Chile, situación a marzo-2023, <https://www.igm.cl>

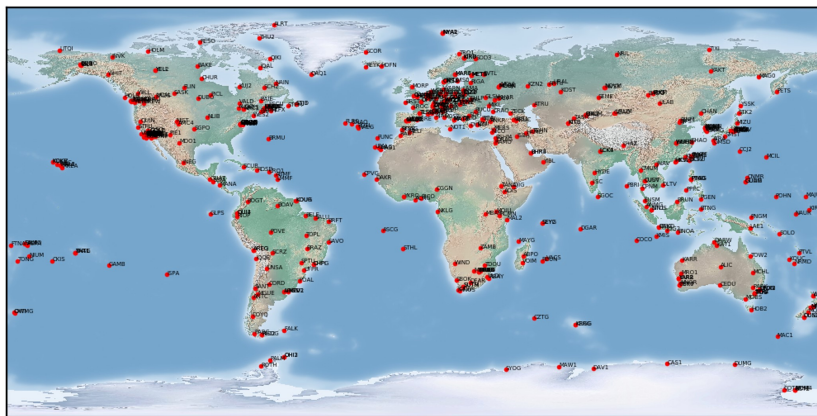


Figura 5.12: Red global del IGS (<http://www.igs.org>)



Figura 5.13: Red GNSS del servicio OmniSTAR (<https://www.omnistar.com>)

El establecimiento de una red continua no es una tarea trivial, pues un conjunto de elementos técnicos y logísticos deben ser cuidadosamente analizados, entre ellos destaca el tipo de instrumental (receptor y antena), monumentación, suministro de energía, enlaces de comunicación, seguridad y resguardo, la interoperabilidad con otro tipo de sensores, entre otros. Ante la necesidad e importancia de que las estaciones continuas estén vinculadas a un mismo marco de referencia (i.e. *ITRF*), existen al respecto estándares y recomendaciones que permiten a los operadores resolver estos asuntos, como las “IGS Site Guidelines” disponibles en el sitio web del *IGS*, o “UNAVCO Resources: Permanent *GPS/GNSS* Stations” en <https://www.unavco.org>, solo por mencionar algunos ejemplos. Una estación *GNSS* de operación continua, puede verse como la mostrada en la fig. 5.14, destacando la protección especial a la antena receptora, con la cubierta o domo conocida como radome, las celdas solares y el sensor meteorológico, claro que este tipo de instalaciones son las recomendadas para sitios apartados del casco urbano o con dificultades de acceso a infraestructuras de servicios.

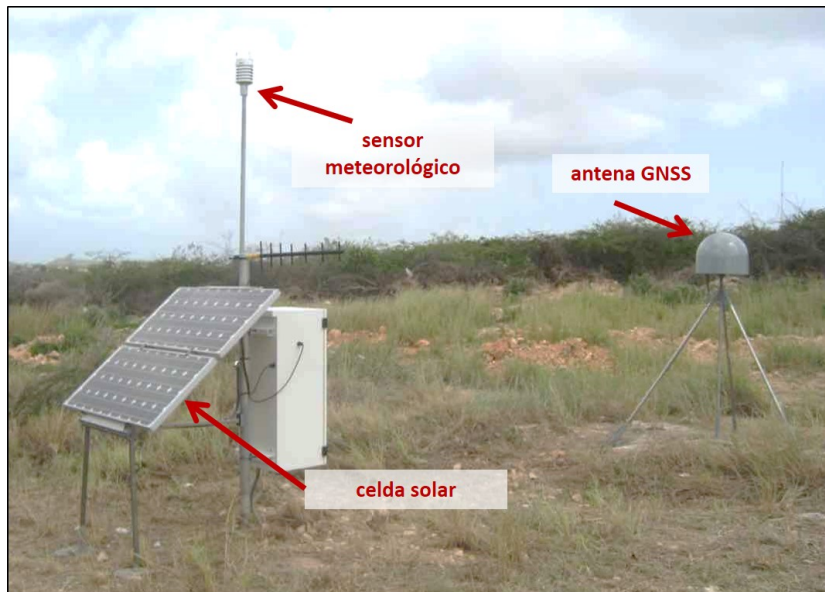


Figura 5.14: Estación de operación continua CN40 (Williamsted, Curazao) de la NOTA (Network of the Americas), operada por UNAVCO, <https://www.unavco.org>

La cantidad y distribución de estaciones agrupadas en una red continua obedece a su propósito, dimensión del área a cubrir y disponibilidad de recursos. Aquellas redes destinadas a conformar y mantener un marco de referencia pueden ser menos densas que aquellas destinadas a proveer correcciones para el posicionamiento en tiempo real, pero en un sentido estricto, no hay limitaciones en

este sentido más allá de la impuestas por lo indicado. Existen redes que pueden cumplir ambas funciones, como la [Red Argentina de Monitoreo Satelital Continuo \(RAMSAC\)](https://www.ign.gov.ar) operada por el Instituto Geográfico Nacional de Argentina (<https://www.ign.gov.ar>), un número considerable de sus estaciones de referencia, transmiten correcciones diferenciales bajo el protocolo [NTRIP](#). Su distribución es mostrada en la fig. 5.15.

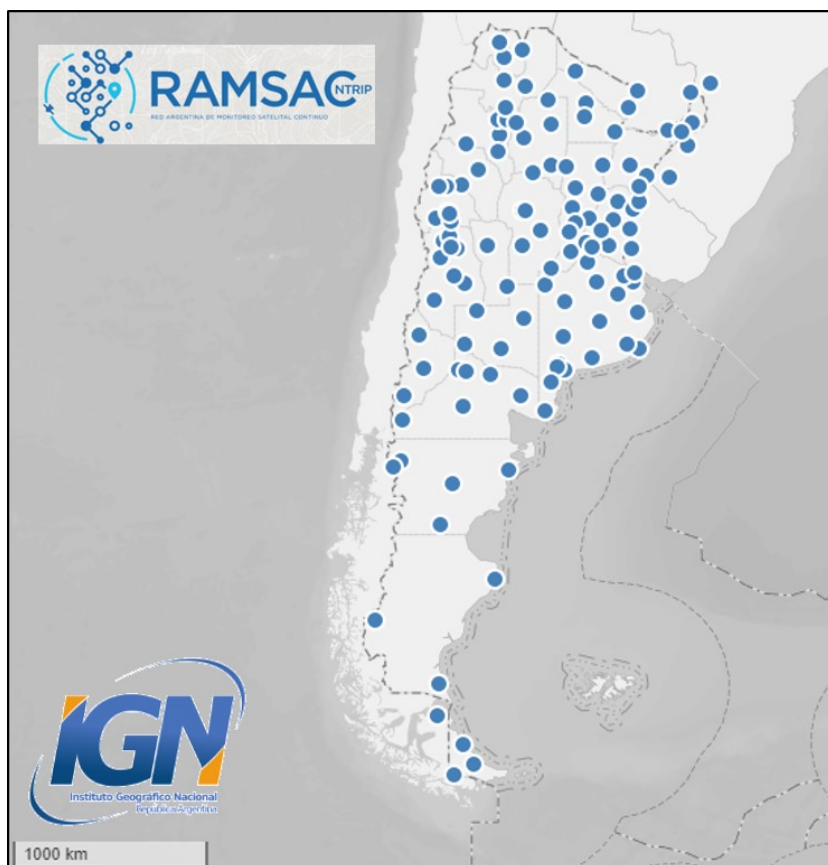


Figura 5.15: RAMSAC-NTRIP (Red Argentina de Monitoreo Satelital Continuo NTRIP), <https://www.ign.gov.ar>

Una vez que la estación o bien, la red de estaciones permanentes logra ser establecida, dos tareas fundamentales han de ser implementadas por el ente responsable: la administración de la red y el procesamiento de las observaciones. Con la primera se busca el mantenimiento del arreglo de estaciones GNSS en términos de funcionamiento y disponibilidad, se trata de garantizar la calidad del servicio en cuanto al ofrecimiento oportuno e íntegro de los datos, metadatos y productos al usuario, esto sin dudas, implica grandes esfuerzos y la demanda de recursos. Es importante que durante todo el tiempo que operen las estaciones GNSS, se levanten registros acerca de las condiciones del funcionamiento, y de los cambios o

actualizaciones a las que hubiere lugar, no solo en el instrumental, sino también en el entorno del sitio. La manera de ofrecer al usuario datos, metadatos y productos, va a depender de las políticas asumidas por el ente administrador o proveedor comercial de así tratarse.

La fig.5.16 muestra la plataforma web implementada por UNAVCO (hoy EarthScope), en la que pone a libre disposición de los usuarios los datos y metadatos de sus estaciones continuas, agrupadas en la NOTA (Network of the Americas, <https://www.unavco.org>). Detalles acerca de la operatividad, ubicación, fecha de su instalación, serie temporal de su desplazamiento, entre otros, pueden ser visualizados de manera interactiva.

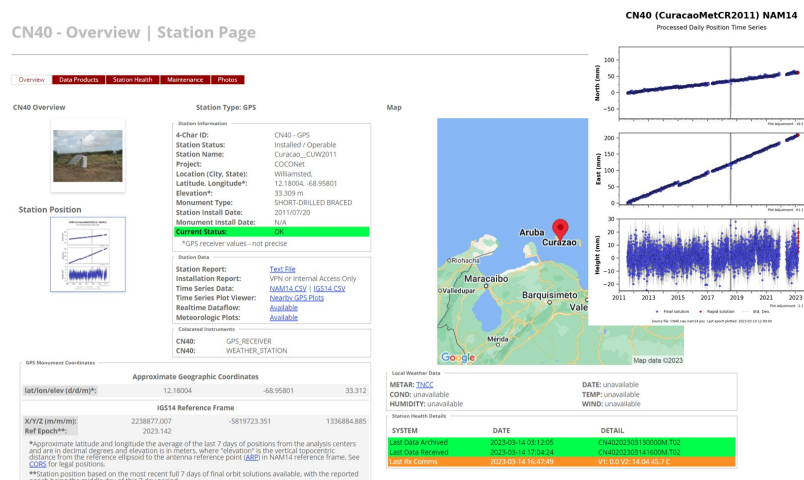


Figura 5.16: Visualización web del estado operativo de la estación CN40 (Williamsted, Curazao), bajo administración de la UNAVCO, <https://www.unavco.org/instrumentation/networks/status/nota/realtime>

Más allá del medio en el que este control operativo pueda ofrecerse al usuario, el administrador de una red continua, debe ofrecer como mínimo y junto con los datos de observación GNSS, y el historial del funcionamiento de las estaciones. Este último, preferiblemente siguiendo el formulario de información del sitio, o logfile de la estación, según estándares del IGS, que consiste en un registro detallado sobre: su identificación, ubicación, instalación del receptores y cambios del mismo, instalación de la antena y cambios de la misma, actualizaciones de firmware, información de contacto del administrador, etc. Mayores detalles en <https://igs.org/formats-and-standards>. La principal utilidad práctica de este tipo de metadatos es la de brindar garantía al usuario, sobre la correspondencia entre la configuración actual de la estación continua respecto a la que pudiera aparecer en los datos de observación, claro está, que estos y otros detalles inherentes al

manejo de estaciones permanentes, dependerá de las buenas prácticas por parte del administrador.

Por otra parte, la segunda tarea indispensable para el mantenimiento de una red continua corresponde al cálculo o procesamiento rutinario de los datos que están siendo registrados. Sin el adecuado tratamiento y análisis, resultaría imposible la generación de los productos finales que son demandados por el usuario, inicialmente las coordenadas actualizadas de las estaciones a la época de la observación, soluciones multianuales y componentes de velocidad, todo esto respecto al marco de referencia (ITRF o materializaciones propias).

Se parte del siguiente hecho: las estaciones que conforman el arreglo, constituyen (o pueden constituir) una infraestructura geodésica, tal que las observaciones GNSS son consideradas altamente precisas, y ante la amplia gama de aplicaciones de la técnica satelital en asuntos técnicos y científicos, será indispensable el procesamiento y análisis que permita ofrecer soluciones periódicas para el conjunto de estaciones que agrupa. Se trata de aprovechar al máximo, las principales bondades de las redes de operación continua.

La confiabilidad y consistencia de las soluciones solo se logra al aplicar rigurosas estrategias de estimación geodésica, apegadas a estándares y convenciones particulares (ver (Petit and Luzum, 2010)) adaptadas a las plataformas de procesamiento científico que generalmente son empleadas, como el Bernese GNSS Software (Dach et al., 2015), GAMIT-GLOBK (<http://geoweb.mit.edu/gg>) o GipsyX (<https://gipsy-oasis.jpl.nasa.gov>). Por esta razón, las redes continuas deben ser analizadas en centros especializados en la materia, constituidos en las mismas agencias que las administran, por entes académicos y de investigación, o bien, por organizaciones de corte internacional dedicadas al establecimiento de marcos de referencia geodésico, e.g., IGS, SIRGAS, European Geodetic Reference Systems (EUREF) (<http://www.euref.eu>).

En Latinoamérica, destaca la labor de SIRGAS como máximo proveedor de soluciones para el conjunto de casi 500 estaciones agrupadas en la red SIRGAS de operación continua (SIRGAS-CON). A intervalos semanales, de manera libre y abierta, el usuario cuenta con coordenadas geodésicas de las estaciones, con un nivel de calidad en el orden de ± 1 mm y ± 3 mm en componentes horizontales y vertical respectivamente (Alves-Costa et al., 2022). Las redes que definen el control geodésico en cada país de la región se incluyen de manera directa o indirecta en las soluciones semanales. En la tabla 5.2 se indican las estaciones SIRGAS-CON existentes en territorio continental chileno, que a su vez están integradas en el poliedro global del IGS. Además, materializaciones del marco de referencia de

largo plazo y modelos de velocidad son generados de forma regular, a partir del reprocesamiento de los datos históricos existentes, las más reciente es la SIR17Po1, referida el ITRF2014:2015.0, esta abarca el periodo comprendido entre el 17.04.2011 al 28.01.2017 (ver detalles en [Sánchez and Drewes \(2020\)](#)).

Estación	Ubicación	Disponibilidad en SIRGAS	Situación
ANTCooCHL	Antuco	02.02.2003 al presente	operativa
ANTFooCHL	Antofagasta	21.07.2022 al presente	
IACRooCHL	Arica	06.05.2012 al presente	
IQQEooCHL	Iquique	02.03.2003 al presente	
PARCooCHL	Punta Arenas	02.06.2001 al presente	
SANTooCHL	Santiago de Chile	14.07.1996 al presente	
TEJAooCHL	Isla Teja (UACH)	13.12.2022 al presente	
USCLooCHL	Santiago de Chile (USACH)	09.07.2017 al presente	descontinuada
ANGOooCHL	Angol	06.05.2012 al 03.10.2018	
CONZooCHL	Concepción	24.08.2002 al 06.04.2015	
COPOooCHL	Copiapó	03.07.2002 al 05.08.2015	
COYQooCHL	Coyhaique	11.05.2002 al -	
OSORooCHL	Osorno	06.05.2012 al 20.02.2021	
VALPooCHL	Valparaiso	08.09.2002 al 05.08.2008	

Tabla 5.2: Estaciones SIRGAS-CON establecidas en territorio continental Chile, situación a marzo-2023

Es necesario destacar que el aprovechamiento de las estaciones GNSS integradas en una determinada red geodésica continua o activa, solo se da cuando esta es capaz de soportar un posicionamiento confiable y compatible con un marco de referencia actualizado. Así por ejemplo, suponga una determinada actividad que requiera de posicionamiento preciso respecto al marco de referencia oficial del país (e.g., SIRGAS-Chile, consistente con ITRF2014/IGb14: 2021.0). Durante la etapa de planificación de las observaciones, se selecciona al menos una estación de la red nacional para efectuar observaciones relativas bajo el esquema de ocupación que ha sido diseñado. Luego, al disponer tanto de los datos registrados en dicha estación como de sus coordenadas para la época de la medición (calculadas por su centro de análisis), la determinación de la posición de la nueva estación es posible, quedando pendiente su expresión desde el marco y época actual, al marco y época oficial, lo que se resuelve según lo discutido en el Capítulo 1.

Naturalmente, este ejemplo genérico asume una estimación en modo postproceso, pero, al contar la estación o la red, con la infraestructura propia para la generación y transmisión de correcciones en tiempo real ([Network RTK \(NRTK\)](#) o [RTK-NTRIP](#)), el

usuario determina su posición al instante de la observación, quedando referida al marco y época en el que está expresada la red, como pudiera suceder al vincularse a estaciones RAMSAC-NTRIP, RBMC-IP (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS em tempo real, <https://www.ibge.gov.br/pt/inicio.html>), o a la REGNA-ROU (Red Geodésica Nacional Activa de la República Oriental del Uruguay, <https://igm.gub.uy>) para usuarios en la Argentina, Brasil y Uruguay, respectivamente, y solo mencionar casos puntuales en Latinoamérica.

Introducción al procesamiento de datos GNSS

En varias oportunidades se ha indicado que la técnica GNSS es altamente precisa, permitiendo la determinación de posición geoespacial con niveles de calidad que satisfacen los requerimientos particulares de una amplia variedad de aplicaciones. En su mayoría, estas logran ser cubiertas a través del posicionamiento autónomo permitido para usuarios civiles según los protocolos del servicio de cada sistema satelital (e.g., SPP o *Standard Positioning Service*, para el caso del GPS), para ello, basta la recepción de la señal y su tratamiento básico en equipos receptores tipo navegador o en dispositivos como los teléfonos inteligentes. Un ejemplo de estas aplicaciones puede encontrarse en las plataformas utilizadas por servicios de reparto y entrega a domicilio de mercadería, o en las de ayudas a la navegación que hoy día cuentan con gran aceptación por conductores de vehículos particulares; con incertidumbres formales de hasta ± 10 m, el posicionamiento es eficaz y efectivo.

Bajo esta consideración, sin ser relevante el tipo de instrumental que se tenga a disposición (receptores simple-, doble-frecuencia, multiconstelación, navegadores, teléfonos inteligentes, etc.), o bien, lo sofisticado que este sea de acuerdo a las especificaciones del fabricante, las coordenadas por él estimadas vendrán de un posicionamiento autónomo y por ende sesgado. Una manera sencilla y reproducible de demostrar lo indicado, se expone con ayuda de la tabla 6.1.

Sobre un punto de prueba PER₁, se realizaron observaciones GNSS respecto a la estación de referencia UDECooCHL (ver fig. 6.1), utilizando un receptor multiconstelación y obteniendo resultados con incertidumbres de ± 2 cm en las tres componentes geocéntricas cartesianas luego de un postproceso de las observaciones. La posición calculada por el receptor y aquella determinada con un teléfono inteligente también para dicha estación, ambas en modo autónomo, revelan altas diferencias (en valor absoluto) respecto a las coordenadas precisas, atribuidas al efecto combinado de las

Estación	X (m)	Y (m)	Z (m)	Solución
	1537139.698	-4829712.853	-3859197.634	Postproceso (TRF: ITRF2020:2023.457) $\sigma = \pm 2$ cm en las tres componentes
PER1	1537141.632	-4829712.149	-3859201.861	Autónoma con receptor multiconstelación $\Delta X = 1,9$ m $\Delta Y = 0,7$ m $\Delta Z = 4,2$ m
	1537145.541	-4829727.878	-3859201.122	Autónoma con teléfono inteligente $\Delta X = 5,8$ m $\Delta Y = 15,0$ m $\Delta Z = 3,5$ m

Tabla 6.1: Posicionamiento autónomo vs. postproceso sobre una estación de prueba

principales fuentes de error de una observación GNSS; estas afectan tanto códigos como a portadoras y no se manifiestan siempre de la misma forma, guardando cierta dependencia con las condiciones de entorno y degradando la calidad del posicionamiento a un orden métrico.



Figura 6.1: Ubicación relativa del punto de prueba PER1 respecto a la estación UDECooCHL

Así pues, cuando son necesarias determinaciones de mayor calidad (centímetros o milímetros), como las demandadas para el desempeño propio en las áreas técnicas y científicas de la Geodesia, Topografía y Geomática, procede una estimación de posición más robusta tal que el postproceso no se considera opcional sino indispensable.

La fig. 6.2 esquematiza los elementos del posicionamiento preciso basado en la técnica satelital, para el cual debe disponerse de observaciones registradas atendiendo a lo descrito en el Capítulo 5, y que son sometidas a tratamientos matemáticos específicos con la finalidad de reducir al máximo, el efecto conjunto de todas las

fuentes de error que degradan la precisión de las observables, i.e. pseudodistancias por códigos PRN y por fases portadoras. Se tratará lo inherente a la estimación en postproceso, por cuanto aquella en tiempo real corresponde al modo [RTK](#) y/o [NRTK](#).

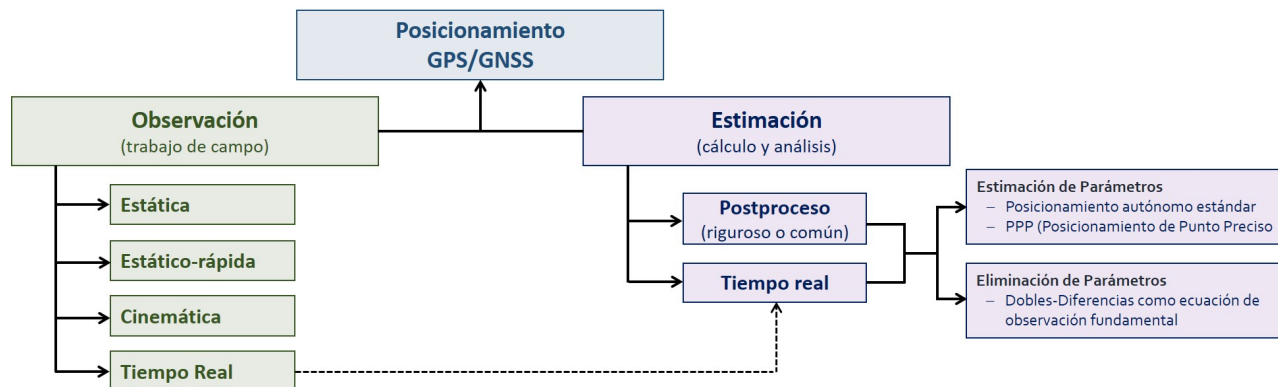


Figura 6.2: Observación y estimación como elementos del posicionamiento GNSS

Una estimación en postproceso, además de procurar la reducción de errores, también permite el aprovechamiento de la gran cantidad de observaciones que son registradas en escenarios normales de un trabajo de campo (es decir, su redundancia). Considere como ejemplo una observación [GPS](#) estático-rápida con una duración de la sesión de cinco minutos, e intervalo de captura de un segundo, se registrarán al menos sesenta pseudodistancias por minuto, es decir, 300 para toda la sesión solo rastreando una señal por satélite. Si en escenarios típicos de observación, pueden ser rastreados hasta diez satélites ó más, captando las señales básicas (C/A, P, L1 y L2), al menos se contaría con 3000 registros de cada una, para resolver el vector de posición geocéntrica de la estación, cifras por supuesto, referenciales.

Naturalmente, plataformas automatizadas permiten hacer el postproceso, ejecutando el conjunto de operaciones matemáticas y algebraicas conducentes a la determinación de posición geoespacial, pero el adecuado análisis del proceso y de los resultados, depende de las competencias del calculista, lo que implica contar con sólidos conocimientos sobre los fundamentos de la técnica, ajuste de observaciones geodésicas y tópicos generales de la Estadística.

Algunos aspectos del postprocesamiento deben ser evaluados en la fase de planificación, y tienen que ver con el modelo de estimación a aplicar (absoluto o relativo), tipo de orbita (transmitida, ultra-rápida, rápida, final), selección de la plataforma o software (comercial o científico), modelado de las fuentes de error, y tratamiento del marco de referencia, buscando así la elaboración de un pre-diseño de la

estrategia de cálculo, de acuerdo a las características de la campaña y resultados esperados. Es importante considerar la interrelación entre observación y estimación, ambas deben ser consecuentes ya que: (1) si las mediciones son confiables, pero la estimación inadecuada, las determinaciones no serán confiables, (2) si las mediciones no son confiables, las determinaciones tampoco lo serán sin ser relevante la plataforma de procesamiento utilizada.

6.1 Conceptualización del postprocesamiento

En la etapa del postproceso de observaciones GNSS, el objetivo es lograr la mejor determinación posible del conjunto de parámetros geodésicos (coordenadas, velocidades) y no-geodésicos (deriva de relojes del receptor, retardo zenital troposférico, ambigüedades en fases portadoras), sujetos a estimación. El elevado nivel de redundancia de las observaciones, su precisión formal y el modelo determinístico-estocástico que se elija (lo que se vincula al alcance del software), permite un análisis (cálculo y ajuste) independiente por estación (i.e. estimación absoluta de precisión), dependiente de una estación de referencia (i.e. estimación por línea-base), ajustando un conjunto de líneas-base observadas en una misma sesión (i.e. solución multi-estación), o bien, combinando diferentes sesiones (i.e. solución multi-sesión); las dos últimas definen las estrategias del análisis propio de redes geodésicas GNSS.

Recordando la ecuación 6.1,

$$O_r^s = f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \delta t_s, \delta t_r, \delta_{ion}, \delta_{trop}, \delta_{tide}, \delta_{rel}, N, \epsilon)$$

Siguiendo el principio geométrico que rige a la técnica observacional, las coordenadas de la estación en tierra quedan expresadas en componentes cartesianas (X, Y, Z) , conformando un vector geocéntrico respecto al sistema de coordenadas adoptado (e.g., WGS84 para GPS o Parametry Zemli 1990 (PZ-90) para GLONASS). Para fines del posicionamiento geoespacial, estas representan las incógnitas a resolver, junto al término de sincronización dado por la deriva del reloj del receptor. No obstante, debe notarse que la ecuación también puede ser resuelta dependiendo del ámbito de aplicaciones del GNSS, siendo otras las incógnitas de interés, por ejemplo, si se tratase de una determinación de órbita precisa (POD por sus siglas en inglés) o Meteorología GNSS, el cálculo se dirige a determinar $\mathbf{x}_s$ o δ_{trop} .

La ecuación puede ser resuelta asumiendo algunas variables conocidas y con cierto nivel de incertidumbre, como las órbitas de los satélites cuando se determinan coordenadas de las estaciones (caso común), pero aplicaciones específicas implican un cálculo conjunto

de los principales elementos de la ecuación, lo que amerita una gran cantidad de datos y valores a priori que faciliten las operaciones numéricas.

Ante cualquier situación, con el postproceso, se busca una solución óptima para las incógnitas de interés partiendo de una estructura determinística y de la elevada redundancia en las observaciones de pseudodistancias. La máxima calidad que ofrece el GNSS en sus productos básicos (posición, velocidad, tiempo), viene dada solo mediante el tratamiento y análisis a posteriori de las observaciones de fases portadoras, si y solo si, el término de ambigüedad logra ser resuelto a un valor entero; la utilidad de las observables formadas a partir de códigos PRN queda reservada para resolver cantidades necesarias en el proceso de cálculo y ajuste, a saber, las derivas del reloj del receptor y la obtención de coordenadas a priori que justamente faciliten la resolución a ambigüedades.

Un mínimo de cuatro observables, elaboradas por medio del registro simultáneo de códigos y portadoras desde la estación hacia cuatro satélites es condición necesaria para lograr solución óptima del sistema de ecuaciones con cuatro incógnitas que queda establecido, i.e. (X, Y, Z, δ_{trop}) . A menos que los escenarios de observación sean muy desfavorables, una mayor cantidad de satélites siempre estará disponible, en consecuencia, se tendrán más ecuaciones de observación para resolver el mismo sistema.

Para ello, dos abordajes pueden ser considerados (Seeber, 2003b):

- Estimación de parámetros: consiste en la determinación conjunta de las coordenadas de la estación y de todo sesgo bien definido matemáticamente, no requiere de observaciones simultáneas entre los sitios de medición, de manera que la estimación tiene carácter absoluto y depende en esencia, del arreglo geométrico entre satélites y la estación de interés. El algoritmo que conlleva a este tipo de determinación con precisión centimétrica o mejor corresponde al del PPP.
- Eliminación de parámetros: en este tipo de estimación, se aprovecha la dependencia entre determinados sesgos con respecto a la separación entre estaciones que realizan observaciones simultáneas hacia los mismos satélites, lo que permite su eliminación a través de la diferenciación entre ecuaciones de observación (términos comunes se cancelan), lo que simplifica su resolución. El algoritmo que la representa es el de las Dobles-Diferencias (DD), sin menoscabo de las Simples- y Triples-Diferencias.

En términos del posicionamiento geoespacial, cada modo de estimación, en lo sucesivo PPP y relativa, ofrece el conjunto de

parámetros explícitos (geodésicos) e implícitos (no-geodésicos), con niveles de calidad equivalentes bajo condiciones de observación y análisis particulares, presentando ventajas y desventajas a ser evaluadas de acuerdo al tipo de aplicación durante la necesaria etapa de planificación.

Al momento de efectuar una estimación en postproceso, puede recurrirse a las observables directas, es decir, aquellas elaboradas por el instrumento durante las etapas de recepción y tratamiento interno de la señal GNSS, cuyos detalles pueden consultarse en Doberstein (2012). Las ecuaciones de observación involucradas son:

$$R_r^s(t_r, t_e) = \rho_r^s(t_r - t_e) - (\delta t_r - \delta t_s) \cdot c + \epsilon \quad (6.1)$$

$$\lambda \phi_r^s(t_r) = \rho_r^s(t_r - t_e) - (\delta t_r - \delta t_s) \cdot c + \lambda N_r^s \epsilon \quad (6.2)$$

La primera corresponde a la psaudodistancia, $R_r^s(t_r, t_e)$, medido con cualquier código PRN, entre el tiempo de emisión de la señal desde el satélite t_e y el tiempo recepción de la misma en el instrumento t_r . El término $\rho_r^s(t_r, t_e)$ es la distancia geométrica satélite-receptor dada por las respectivas coordenadas geocéntricas variantes en el tiempo, afectada por las derivas de los relojes δ_s y δ_r así como por los demás sesgos agrupados en ϵ . La velocidad de la luz en el vacío c es un término constante que permite escalar los registros de tiempo hechos por el receptor a unidades de distancia. Por su parte, la segunda ecuación representa a la pseudodistancia por fases portadoras, siendo λ la longitud de onda de la señal portadora GNSS; intervienen los mismos elementos ya descritos con excepción del elemento N_r^s que representa a la ambigüedad de la fase portadora, se trata de la incertidumbre en el número de ciclos enteros entre el satélite y el receptor en un instante dado, únicamente presente en este tipo de observable, y factor limitante para la obtención de resultados precisos, tal como ha sido indicado previamente.

Aunque las ecuaciones presentadas corresponden a los casos generales según la observable a ser tratada, debe enfatizarse la presencia de los denominados sesgos inter-sistema, que se asocian a las diferencias existentes entre cada sistema GNSS en cuanto a sus señales, órbitas, escalas de tiempo y sistemas de referencia, y cuyo análisis resulta crucial al momento de ofrecer resultados que realmente deriven de una efectiva combinación entre las observaciones hechas hacia las constelaciones involucradas. El hecho de que un receptor tenga capacidad de rastreo multiconstelación, no hace que la solución sea GNSS per se.

Sin embargo, si bien la resolución del sistema de ecuaciones de observación conformado por las observables directas, conlleva a la obtención de productos de interés (como las coordenadas de la estación en tierra), la calidad de las determinaciones pudiera verse

afectada ante la presencia de sesgos que permanecen remanentes en las observables, en este caso dependientes de las condiciones de la observación (e.g., efectos orbitales, medio de propagación, entorno del sitio de rastreo, etc.), que de una u otra forma pueden entenderse como ruido. Por tal razón, durante el postproceso se aprovechan las características de la señal GNSS para optimizar así las originales y dar paso a las denominadas observables derivadas o indirectas.

La optimización de las observables se da a partir de las combinaciones lineales entre códigos, portadoras o ambas inclusive, y aquí se importa la práctica, dando como resultado una observable sintética con particularidades especiales según la necesidad al momento del postproceso, por ejemplo, para reducir el efecto de la refracción ionosférica, o facilitar la resolución de las ambigüedades en fases portadoras. Por lo general, la combinación L3 o Libre-de-Ionosfera es una de las más utilizadas, junto con la *Wide-lane* o *Narrow-lane*; otras como la *Melbourne-Wübbena*, facilitan el filtrado de los saltos de ciclo en las observaciones (ver e.g., Hauschild (2017)). Al respecto, dependerá de la plataforma de procesamiento (software) la selección e implementación de una o varias combinaciones lineales durante el desarrollo del proceso de cálculo.

En este orden de ideas, el postprocesamiento GNSS no se limita únicamente a resolver un conjunto de ecuaciones de observación y estimar un conjunto de parámetros de interés, y tampoco debe ser visto como una tarea trivial. Para el cálculo de las coordenadas de una o varias estaciones en tierra, cuyas observaciones fueron realizadas de manera aislada (posicionamiento absoluto), respecto a una estación de referencia ocupándose una línea-base, o bien, múltiples líneas-base (posicionamiento relativo en ambos casos), intervienen diversos procesos numéricos especialmente diseñados para lograr la obtención de resultados confiables, de la mejor manera posible de acuerdo al ámbito de aplicaciones.

Durante un postprocesamiento GNSS, entran en juego aquellos algoritmos desarrollados con intención de resolver la ecuación de movimiento del satélite e interpolar su órbita para un instante dado, resolver los términos de la sincronización y saltos de reloj del receptor, tratar y reducir de las observaciones los efectos inducidos por el medio de propagación, mareas, relatividad, fenómenos de carga, perturbaciones orbitales, entre otros, detectar y reparar saltos de ciclo, combinar linealmente las observables originales, detectar y resolver ambigüedades en fases portadoras, parametrizar las cero-diferencias (caso del PPP) o alguna diferenciación (simples-, dobles-, triples-diferencias; caso de la estimación relativa), efectuar el ajuste de las observaciones según la norma L2 (cuadrados mínimos), por lo general siguiendo el método paramétrico, alguna de sus

variantes o Filtros Kalman. Por otro, ciertas herramientas que asisten la conversión entre formatos propios de los archivos binarios en los que se almacenan las observaciones, operaciones de coordenadas (conversión y transformación), cálculo matricial y diferencial, evaluación estadística, visualización gráfica, etc. La fig. 6.3 es presentada para mostrar un esquema básico del postprocesamiento GNSS

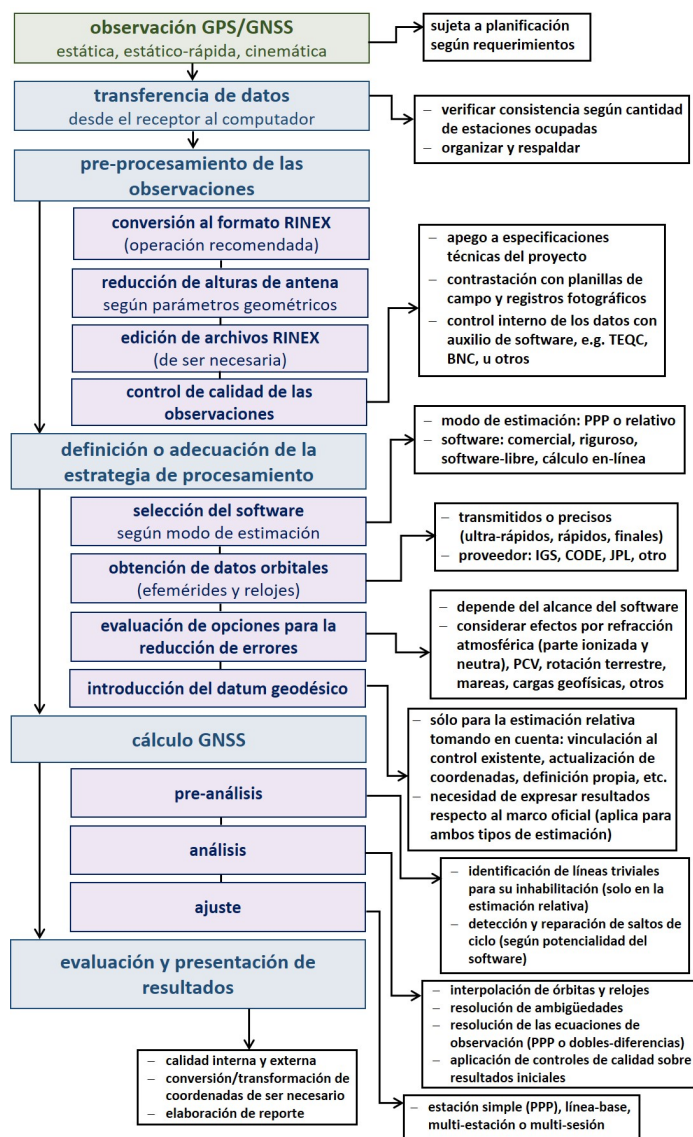


Figura 6.3: Etapas básicas de un postprocesamiento GNSS

En esencia, el uso integrado de los algoritmos y herramientas mencionadas a rasgos muy generales, bajo una secuencia lógica de acuerdo a la estrategia de procesamiento adoptada, es lo que conduce a una solución final para el posicionamiento. Las observaciones,

una vez registradas y sometidas a control de calidad previo, deben ser pre-procesadas; en esta fase se identifica la presencia de errores sistemáticos a fin de reducirlos o redefinirlos como una incógnita adicional cuando no puedan ser tratados de manera eficiente (algo que suele suceder con saltos de ciclo muy grandes, pasando a ser una nueva ambigüedad). Luego tiene lugar el cálculo de los parámetros de interés (e.g., coordenadas de la estación de observación) aplicando los métodos matemáticos geodésicos correspondientes, para finalizar con la evaluación de la confiabilidad (precisión y exactitud) de los resultados

Aunque la gran mayoría de los modelos matemáticos generales y específicos de la estimación GNSS convergen en las distintas plataformas de cálculo, no existen “recetas mágicas”, por lo que se justifican habilidades y destrezas concretas por parte del calculista, en especial, para el análisis e interpretación de resultados, pues la tarea de postprocesar las observaciones puede ser compleja ante las implicaciones de la técnica satelital. Es claro que, la manera de conducir el postproceso, influye sobre la bondad de las coordenadas o alguna otra variable de interés.

6.2 Tipos de postproceso

Desde un punto de vista práctico, la estimación por la vía del postproceso puede ser común o rigurosa. Como logra intuirse, con la primera se logra la obtención de resultados propios de los trabajos de producción, y generalmente es implementada con el auxilio de plataformas de cálculo comerciales ofrecidas por las casas fabricantes. Un elemento característico de los denominados **software comerciales**, es su implementación intuitiva a pesar de la escasa o inexistente documentación acerca de sus algoritmos para el tratamiento integral de las observaciones, el cálculo se da bajo esquemas predefinidos por los desarrolladores con poca posibilidad de auditar el proceso de estimación o de seleccionar a criterio del calculista algún modelo en particular (alguna combinación lineal por ejemplo); además, todo usuario requiere licencias con costos asociados para su uso, y desde la perspectiva del mercadeo, es habitual encontrar plataformas tipo suite, es decir, que ofrecen la opción para el procesamiento combinado de datos GNSS, terrestres convencionales, fotogramétricos y LiDAR (*Light Detection and Ranging* o *Laser Imaging Detection and Ranging*), incluyendo herramientas CAD (*Computer-Aided Design*). La interfaz gráfica y la manera en la que se interactúa con el software es amigable, creando sensación de comodidad al momento del uso.

De la amplia variedad de este tipo de plataformas, la tabla 6.2 resume algunas de las más reconocidas, y obviando aspectos

específicos sobre su funcionamiento, se presenta en la fig. 6.4 un esquema básico que por lo general es implementado al momento de utilizarlas para efectos de un cálculo GNSS.

Software	Marca
Leica Infinity	Leica Geosystems
Leica Geo-office	
Trimble Business Center	Trimble Geospatial
Trimble Geomatics Office	
Survey Office	Spectra Geospatial
GNSS Solutions	Magellan Professional
CHCNAV Geomatics Office	CHC Navigation
Hi-Target Business Center	Hi-Target Navigation
Topcon Tools	Topcon
Spectrum Survey	Sokkia
GeoPro Office	

Tabla 6.2: Algunas plataformas comerciales de procesamiento GNSS

Por su parte, un postproceso riguroso es aquel que conduce a resultados con la máxima calidad alcanzable por la técnica observacional, y para ello debe contarse con plataformas de cálculo de rango científico con las que puedan implementarse estrategias de procesamiento bien diferenciadas de aquellas para trabajos comunes de Topografía y Agrimensura, sustentadas en estándares y convenciones en materia de estimación geodésica (e.g., Convenciones del [IERS](#)). En consecuencia, este tipo de procesamiento se reserva para las aplicaciones del [GNSS](#) en la materialización de marcos de referencia, determinación de parámetros de rotación terrestre, establecimiento de redes de control geodésico, monitorización de eventos geodinámicos, transferencia de tiempo, estudios atmosféricos, cálculo de órbitas precisas, entre otras.

A diferencia de los software comerciales, los **software científicos** que sustentan un postproceso riguroso, son desarrollados por centros de investigación, algunos pueden ser de libre acceso, cuentan con una extensa y bien respaldada documentación sobre el modelado matemático que en general implementan para la estimación, con especial énfasis en el tratamiento y reducción de fuentes de error, estando alineados con el estado-del-arte. No solo se limitan al cálculo de las coordenadas geocéntricas de las estaciones, cualquier otra variable geodésica sujeta a determinación a través de observaciones

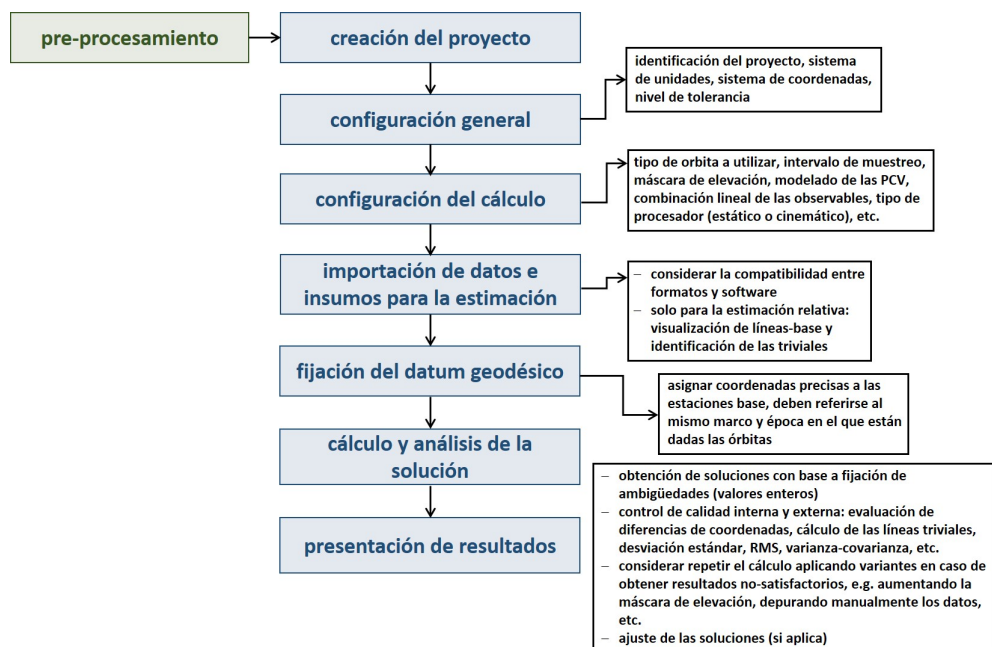


Figura 6.4: Esquema general de un postprocesamiento GNSS con software comercial

GNSS es estimable, además, pueden procesar datos provenientes de otras técnicas geodésicas como VLBI, SLR o DORIS. Adicionalmente, las técnicas de ajuste no se limitan al caso paramétrico de la compensación por cuadrados mínimos, algunos profundizan la aplicación del ajuste secuencial, en bloque o por Filtros Kalman, explotando al máximo las posibilidades del análisis determinístico y estocástico a partir de ecuaciones normales.

En consecuencia, al estructurar herramientas de cálculo y análisis altamente sofisticadas, su uso es complejo en sí mismo, demandando no solo dominio conceptual sino tiempo y recursos. Por esta razón, un reducido número de usuarios recurre a la estimación rigurosa en comparación con aquellos dedicados a los trabajos de producción, entre ellos universidades, agencias científicas o gubernamentales a cargo del control geodésico nacional, organizaciones internacionales vinculadas a la Geodesia (e.g., IGS o SIRGAS), e incluso empresas cuyas actividades impliquen alta calidad en los productos. La tabla 6.3 muestra algunos datos referenciales sobre las plataformas de procesamiento riguroso GNSS de mayor uso. Un esquema básico de este tipo de procesamiento con el Bernese GNSS Software es mostrado en la fig. 6.5.

Más información de Bernese, GAMIT/BLOBK, y GipsyX, puede ser encontrada en <http://www.bernese.unibe.ch>, <http://geoweb.mit.edu/gg>, y <https://gipsy-oasis.jpl.nasa.gov>, respectivamente.

Debe quedar claro que, ambas categorías de plataformas de procesamiento hacen posible la determinación confiable de

Software:	Bernese	GAMIT/GLOBK	GipsyX
Versión actual:	5.4	10.71	2.1
Sist. operativo:	Windows/Linux/Mac	Linux	Linux
Desarrollador:	AIUB, Suiza	MIT, EE.UU.	JPL, EE.UU.
Detalles en:	Dach et al. (2015)	Herring et al. (2018)	Bertiger et al. (2020)

Tabla 6.3: Plataformas de procesamiento riguroso (científico) más utilizadas.

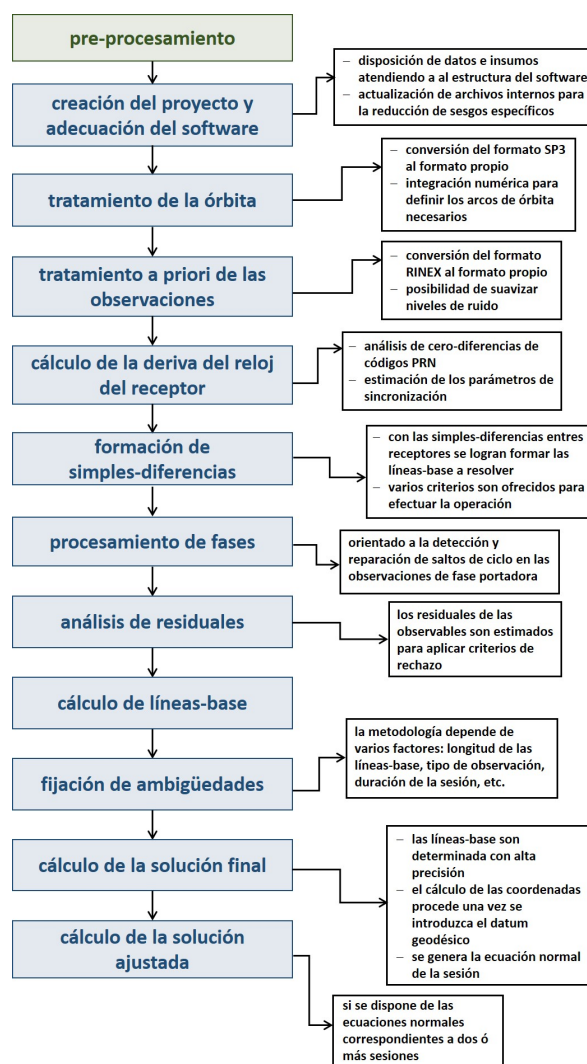


Figura 6.5: Esquema general de un postprocesamiento GNSS con software científico

coordenadas, pero atendiendo al ámbito de aplicaciones. Su selección debe estar sujeta a la adopción de criterios técnicos, es decir, la necesidad de algún tipo de procesamiento (común o riguroso) tendrá que ser evaluada a fin de no subestimar o sobredimensionar la etapa de cálculo y análisis GNSS, teniendo en cuenta que la interpretación de resultados arrojados por cualquiera de estas herramientas pudiera estar sesgada, al ser de por sí optimistas (i.e., los indicadores de precisión son por lo general muy satisfactorios).

Otra consideración acerca del tipo de procesamiento y, por ende, el tipo de software, viene dada gracias a los desarrollos durante años recientes, de plataformas de cálculo de libre acceso y código abierto, e incluso, de otras que ofrecen la alternativa de efectuar estimaciones en-línea mediante herramientas especialmente diseñadas para ello. La recomendación siempre será la valoración previa de ventajas y desventajas, puesto que siempre se tendrá un resultado. Este será satisfactorio (en términos de precisión y exactitud) en función de la bondad de las observaciones y los elementos vinculados con el cálculo y análisis.

6.3 *Insumos básicos para un postprocesamiento GNSS*

Son diversas las opciones en cuanto a las plataformas de procesamiento, comerciales y rigurosas, propietario y libre, en-línea y fuera-de-línea (aplicación instalada en el computador); de ahí que sea conveniente familiarizarse con aquella que mejor se adapte al perfil o aplicación a ser desarrollada en materia de posicionamiento geoespacial lo que facilita en buena medida la realización del cálculo. Sin embargo, todo software ha de requerir un determinado conjunto de insumos para proceder a ejecutar las distintas etapas del pre- y postprocesamiento, estos representan de hecho, los datos de entrada para cada modelo matemático que sustenta al posicionamiento GNSS. En esta sección se describen los más importantes.

6.3.1 *Observaciones GNSS*

Aunque resulte evidente contar con este insumo para el postproceso, ciertas condiciones deben cumplir las observaciones o la forma en la que estas son presentadas. Los datos y órbitas de los satélites GNSS son inicialmente almacenados en el receptor, en forma de archivos binarios cuya estructura interna es definida por el fabricante, y que sólo pueden ser interpretados por los software de procesamiento comerciales por este desarrollados, en la tabla 6.4 se presenta una relación de los formatos más conocidos.

En un caso particular, si se contase con receptores y software del

Fabricante	Formato/extensión del archivo
Leica	mdb (*.moo)
Trimble	dat, too, to1, to2, to4 (e.g., *.dat, *.to4)
Spectra Precision	como Ashtech, 4 archivos binarios comprimidos (B - pseudorangos; E - órbita transmitida; S - información de la estación; alm - almanaque)
HCN Navigation	hcn (*.hcn)
Topcon	tps (*.tps)
Stonex	sth (*.sth)

Tabla 6.4: Algunos formatos crudos (o nativos) de los archivos de observación GNSS

mismo fabricante, una vez ejecutada la transferencia de datos hacia el computador (operación que también requiere de un software de la casa), solo bastaría con cumplir las etapas propias del procesamiento, pero, hoy día, quizás el uso exclusivo de los datos crudos no es lo común puesto que:

- En una misma campaña suelen emplearse receptores GNSS de diferentes casas fabricantes, especialmente si se aprovechan estaciones de operación continua que conformen algún control geodésico (global, regional, local), lo que implica problemas de incompatibilidad entre los formatos de los datos, ya que un software de procesamiento diseñado por una casa comercial no necesariamente reconocerá datos provenientes de otro fabricante
- Las plataformas para el cálculo riguroso, aquellas ambientadas en software libre y las aplicaciones en-línea, solo aceptan datos GNSS en un formato común y único

La alternativa ante el inconveniente de la incompatibilidad, viene dada por la adopción del formato universal RINEX, se trata de una estructura ASCII (American Standard Code for Information Interchange) que agrupa de manera estandarizada las observables GNSS (pseudodistancias por códigos PRN, fases portadoras, cuenta Doppler, relación señal-ruido) elaboradas a partir de cada componente de la señal que es registrada en la estación, así como las órbitas que son transmitidas desde los satélites. Su primera versión fue desarrollada por el AIUB a comienzos de los años 90 del Siglo XX para facilitar el procesamiento de la red GPS con la que quedó establecido el European Reference Frame 1989 (EUREF 89), ver detalles en Gurtner et al. (1989).

Desde ese entonces, se han desarrollado varias versiones del

formato y sus mejoras (sub-versiones). Entre los rasgos más importantes de cada una, destacan: posibilidad de incluir observaciones GLONASS y SBAS (RINEX v2.0 y subsiguientes; Gurtner, 1993), soporte multi-constelación (RINEX v3.0 y subsiguientes; Gurtner and Estey (2007)) y mejoras específicas en la estructura de los mensajes de navegación, esto en la más reciente versión, RINEX v4.0 (Romero, 2021). Han sido los requerimientos de los usuarios del GNSS ante la operatividad real de las demás constelaciones que coexisten con GPS y GLONASS, las que han impulsado la adaptación y mejoramiento continuo del formato, estas tareas son coordinadas por el IGS RINEX Working Group (RINEX-WG; <https://igs.org/wg/rinex>).

Para efectos prácticos, sigue siendo común el uso del RINEX v2.11 (última versión y la oficial dentro de esta serie), por ser la más extendida dentro de la comunidad de usuarios del GNSS y porque aún están en funcionamiento receptores de vieja data. Las versiones 3 y 4, progresivamente fueron adoptándose como parte de la necesaria transición de la que ha tomado parte el IGS al ser el principal proveedor de datos y productos destinados al máximo aprovechamiento de la técnica satelital. De acuerdo a lo anunciado en el IGS mail-8349, desde julio de 2023, los datos de las estaciones que conforman la red global, solo estarán disponibles en tales versiones. Por otra parte, las plataformas de procesamiento vienen adecuándose para asimilar las nuevas características incluidas en las versiones actuales, y varios softwares auxiliares que facilitan la conversión entre versiones RINEX, cada vez se hacen más útiles, entre ellas destaca el gfrnx, desarrollado el GeoForschungs Zentrum (GFZ) siendo accesible en <https://gnss.gfz-potsdam.de/services/gfrnx>.

Un rasgo que se ha mantenido con cada actualización del formato estándar, es la agrupación en archivos independientes para cada tipo de dato GNSS, es decir, todas las pseudodistancias por códigos y fases portadoras, quedan contenidos en el RINEX de observación, las orbitas o efemérides transmitidas junto a otros parámetros inherentes a los satélites, en el RINEX de navegación, y los datos de presión atmosférica, temperatura y humedad relativa, son agrupados en el RINEX meteorológico. Cada uno consta en esencia, de un encabezado (sección donde se refleja toda información sobre la estación y características del rastreo) y de la sección de datos. En las figuras 6.6 y 6.7 se presentan ejemplos de un archivo RINEX de observación v2.11 y 3.04 para dos estaciones GNSS.

Familiarizarse con la estructura del archivo y la manera en la que se organizan los datos, resulta conveniente al momento de ejecutar el postproceso, de hecho, entre las ventajas de la conversión a RINEX desde los formatos crudos definidos por el fabricante, destacan la

Figura 6.6: Archivo de observación mixto (GPS+GLONASS) en formato RINEX v2.11

Figura 6.7: Archivo de observación mixto (GPS+GLONASS) en formato RINEX v3.04

posibilidad real de apreciar directamente las observaciones, editar atributos del encabezado (e.g., tipo de receptor o antena, altura de la antena, etc.) o la preparación previa para el control de calidad de los datos con software ad hoc. En ambas figuras se han indicado los elementos de mayor relevancia, siendo evidentes las diferencias en cuanto a la estructura interna de cada versión. Una descripción al detalle, sobre la estructura interna de todo RINEX, se encuentra disponible en el sitio web <https://igs.org/formats-and-standards>, mantenido por el IGS.

Además de la manera estandarizada para el registro de observables y parámetros orbitales GNSS, la nomenclatura de los RINEX también ha de seguir cierta formalidad que, si bien no queda estrictamente definida como parte del formato, se recomienda su uso al momento de intercambiar datos entre la comunidad de usuarios del GNSS, siendo el caso, por ejemplo, de los administradores de redes de operación continua. La nomenclatura varía de manera significativa entre las versiones 2.x y 3.x en adelante.



Figura 6.8: Nomenclatura de un archivo RINEX v2.0 y subsiguientes

Los archivos RINEX v2.0 y subsiguientes, siguen la nomenclatura ilustrada en la fig. 6.8, y a partir de la versión 3.02, comenzó a emplearse una denominación más descriptiva (Romero, 2021), conocida como “nombre largo”, cuyas implicaciones prácticas son de interés, tal como se indicará más adelante. La fig. 6.9 muestra la configuración del nombre largo tomando como ejemplo la estación de operación continua UDEC.

Como parte de la convención, los RINEX de observación pueden ser comprimidos a fin de reducir su volumen y facilitar tanto el almacenamiento como el flujo vía Internet, para ello, el formato Hatanaka (Hatanaka, 2008), es el utilizado. Por lo general, los

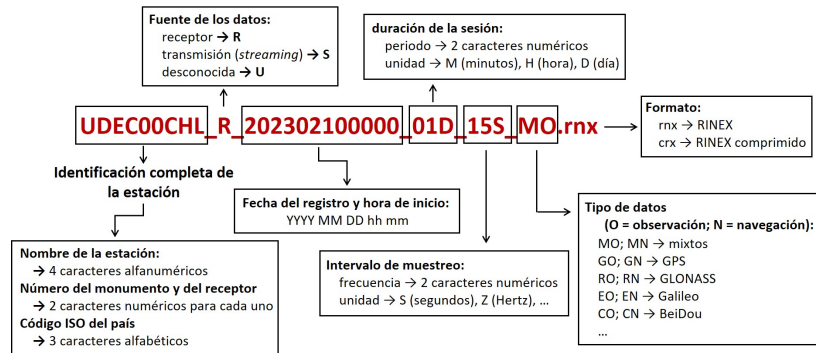


Figura 6.9: Nomenclatura de un archivo RINEX v3.02 y subsiguientes

administradores de redes de operación continua y/o centros de datos GNSS, ofrecen las observaciones comprimidas, tal que los archivos tendrán extensión *.yyD (RINEX v2.0 y subsiguientes) o *.crx (RINEX v3.02 y subsiguientes). La tasa de compresión es significativa, como valores referenciales, un archivo de observación mixta (GPS+GLONASS+Galileo) para una sesión de 24h con un intervalo de muestreo de 1 s, puede alcanzar un volumen de 230 MB y 58 MB antes y después de la compresión.

Algunos software para el postprocesamiento GNSS permiten la lectura de los RINEX comprimidos, en caso contrario, la operación debe ser realizada con auxilio de los ejecutables disponibles en el menú GPS/GNSS Pre-Processing Tools del sitio web de la UNAVCO/EarthScope, <https://www.unavco.org>

6.3.2 Órbitas y parámetros de reloj de los satélites GNSS

El conocimiento de las órbitas GNSS (i.e. las coordenadas de los satélites en cualquier punto de su órbita para un instante dado) y de los parámetros de reloj necesarios para la sincronización respecto al patrón de tiempo de cada sistema, es imprescindible para efectos del posicionamiento. Las órbitas o efemérides son calculadas siguiendo las teorías y procedimientos propios de la Mecánica Celeste (ver e.g., Beutler (2005)) para los cuales también se requiere de observaciones hechas desde estaciones en tierra, no solo GNSS en sí mismas, sino también de alguna otra técnica como SLR (caso de los satélites GLONASS o Galileo, por ejemplo). Por el principio geométrico de la observación/estimación satelital, mientras más precisa sea la posición del satélite, más precisa será la posición de la estación de observación, o viceversa.

A partir de las observaciones hechas desde las estaciones que integran los respectivos segmentos de control de cada sistema, el usuario cuenta con un primer tipo de información orbital, accesible

durante el proceso de observación ya que es emitida por los satélites como un componente propio de la señal, es decir, el mensaje de navegación. Este es almacenado por el instrumento receptor en formato crudo, que luego puede ser convertido a [RINEX](#). La precisión nominal de las orbitas transmitidas está en el orden de ± 1 m, y de ahí que su uso para fines del postproceso en modo relativo, quede limitado a la resolución de líneas-base de corta extensión (menores a 15 km); para estimación [PPP](#), no deben ser utilizadas.

La resolución confiable de líneas-base de mayor extensión, o bien, la determinación de posición por la vía del [PPP](#), viene dada al incorporar un segundo tipo de información orbital. Se trata de las órbitas precisas, que son calculadas por centros de investigación coordinados por el [IGS](#). Los productos operaciones para [GPS](#) y [GLONASS](#) son ofrecidos sobre una base temporal diaria con latencia variada, que se detalla en la tabla 6.5. Para las demás constelaciones, el [IGS](#) a través de sus Centros de Análisis, ofrece productos orbitales en el marco de las actividades del MGEX (*Multi-GNSS Experiment*; (Villiger and Dach, 2022; Montenbruck et al., 2017; Johnston et al., 2017)), mostrados en la tabla 6.6.

Productos (orbitas/relojes)	Accesibilidad posterior a la observación	Incertidumbre (orbita/relojes)	Resolución	Sistema
Ultra-rápidos semi-predichos	tiempo real (actualización a las 3, 9, 15 y 21 horas UTC)	± 5 cm/ ± 3 ns		
Ultra-rápidos semi-observados	3 a 9 horas (actualización a las 3, 9, 15 y 21 horas UTC)	± 3 cm/ ± 150 ps	15 min ambos productos	GPS
Rápidos	17 a 41 horas	± 2.5 cm/ ± 75 ps	15 min/5 min cada producto	
Finales	12 a 19 días		15 min/30 s cada producto	
Finales		± 3.0 cm	15 min	GLONASS

Tabla 6.5: Productos orbitales [GPS](#) y [GLONASS](#) ofrecidos por el [IGS](#) (detalles en <https://igs.org/products>)

Ambos productos, orbitas y parámetros de reloj, se encuentran disponibles para todo usuario en el formato estándar SP3 (Extended Standard Product 3 Orbit Format; (Hilla, 2010)); la fig. 6.10 permite detallar la estructura interna de un archivo diario de orbita final [GPS](#), compuesto por un encabezado y una sección habilitada para los datos, resaltando algunos elementos de interés. Si en el postproceso son necesarios los parámetros de reloj del satélite con una mayor resolución temporal (e.g., 30 s ó 5 s), estos quedan a disposición en

Centro de Análisis	Constelaciones
CNES (Centre National d'Etudes Spatiales) https://igsac-cnes.cls.fr	GPS+GLO+GAL
CODE http://www.aiub.unibe.ch	GPS+GLO+GAL+BDS+QZS
GFZ https://www.gfz-potsdam.de	GPS+GLO+GAL+BDS+QZS
IAC (ROSCOSMOS Information and Analysis Center of Navigation) https://glonass-iac.ru	GPS+GLO+GAL+BDS+QZS
JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency) https://global.jaxa.jp	GPS+GLO+QZS
SHAO (Shanghai Astronomical Observatory) https://gnss.shao.ac.cn	GPS+GLO+GAL+BDS
WUH (Wuhan University - GNSS Research Center) https://gpscenter.whu.edu.cn	GPS+GLO+GAL+BDS+QZS

Tabla 6.6: Órbitas y relojes multi-constelación ofrecidos por el IGS (detalles en <https://igs.org/mgex/data-products>)

archivos independientes en formato estándar CLK (Ray et al., 2017). Generalmente, estos son los necesarios para la estimación absoluta de precisión, i.e. PPP.

Estos y otros insumos generados por los Centros de Análisis asociados al IGS, son accesibles a través de los Centros Globales de Datos, sin embargo, la manera más conveniente y directa es por medio del portal web del CDDIS de la National Aeronautics and Space Administration (NASA) (*Crustal Dynamics Data Information System*; <https://urs.earthdata.nasa.gov>), en donde se encuentran alojados bajo una organización regida por la semana GPS a la que corresponden datos y productos. Como es de suponer, la respectiva nomenclatura para cada archivo, sigue una estructura estándar, que debe ser comprendida, especialmente, cuando se trabaja con herramientas automatizadas para la descarga de estos archivos.

A la fecha, coexisten dos nomenclaturas: una previa a la semana 2237 (noviembre 2022), otra posterior a dicha semana cuando el IGS adopta su propia materialización del ITRF2020, denominanda IGS20. Desde entonces, todos los productos operacionales siguen el estándar del “nombre largo” con la finalidad de permitir la distinción apropiada entre todos los productos GNSS generados por los Centros de Análisis y Grupos de Trabajo como el MGEX. Se recomienda visitar el sitio web <https://igs.org/products> para mayores detalles, o consultar el documento “Guideline for the transition of the IGS products to the long filenames” (IGS, 2022). La fig.6.11 sirve como

```

#P2023 2 10 0 0 0.00000000 96 ORBIT IGS20 HLM IGS
## 2248 432000.00000000 900.00000000 59985 0.00000000000000
+ 32 G01G02G03G04G05G06G07G08G09G10G11G12G13G14G15G16G17
+ G18G19G20G21G22G23G24G25G26G27G28G29G30G31G32 0 10
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 2 2 2 3 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
++ 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%G G cc GPS ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%C cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%F 1.2500000 1.025000000 0.0000000000 0.000000000000000
%I 0.0000000 0.00000000 0.0000000000 0.000000000000000
%L 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%N 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
/* FINAL ORBIT COMBINATION FROM WEIGHTED AVERAGE OF:
/* G01.G02.G03.G04.G05.G06.G07.G08.G09.G10.G11.G12.G13.G14.G15.G16.G17.G18.G19.G20.G21.G22.G23.G24.G25.G26.G27.G28.G29.G30.G31.G32
/* REFERENCED TO IGS TIME (IGST) AND TO WEIGHTED MEAN POL2:
/* PCV:IGS20 2233 OL/AL:FES2014b NONE Y ORB:CMB CLK:CMB
* 2023 2 10 0 0 0.00000000
PG01 18077.079067 8051.627067 17571.913611 214.320884 6 7 8 97
PG02 -18009.308963 -3071.805158 -18567.199936 -621.891691 8 9 7 120
PG03 17140.479943 -3359.643190 19853.099298 -364.925468 7 8 9 106
PG04 26618.446562 416.871490 76.844962 -30.879422 9 5 6 47
PG05 -10268.939783 -12474.049896 -21227.901335 -115.302325 10 7 5 114
PG06 -2851.359958 -22521.728915 13777.621255 570.503218 7 6 8 93
PG07 13501.082405 -7105.716233 -21316.407507 243.593492 9 8 6 95
PG08 23031.258100 7093.005208 -11650.463338 -107.749369 9 8 11 74
PG09 23077.061217 -8284.536794 -10345.345898 -221.125419 11 5 2 70
PG10 -10728.991861 23935.202319 3075.719215 -24.039318 7 5 2 37
PG11 -11931.755613 -23727.875273 1044.217781 -100.063513 7 7 7 74
PG12 -16914.049503 508.176808 20166.373902 -338.441626 6 7 4 69
PG13 -16822.221593 -13100.818490 -16135.327236 473.548428 9 8 12 80
PG14 13268.278346 -22924.333527 428.764264 -30.802379 9 2 4 72
PG15 -23716.975943 -4973.135463 -11632.154331 12.076787 8 8 7 73
PG16 7073.309983 15221.261347 -20771.782403 -520.753015 7 6 8 80
PG17 12290.277414 -13071.422939 20051.575712 699.010276 9 7 6 101
PG18 -10775.951145 10850.478919 -21698.312727 -134.127021 6 7 5 93

```

encabezado

sección de los datos

Marco de referencia en el que se expresan los productos orbitales: IGS20

Semana GPS: 2248

Constelación: GPS

La información orbital corresponde a todos los satélites operativos

Tipo de producto: final

Centros de Análisis participantes

Época inicial: 10.02.2023, 00:00:00

La información orbital

Coordenadas geocéntricas cartesianas (X, Y, Z) y deriva de reloj para cada satélite de la constelación, en km y μ s respectivamente

Estos parámetros son dados respecto al IGS20, a las 00:00:00

Al ser la resolución temporal de 15 minutos, el siguiente bloque de datos continúa a las 00:15:00 hasta completar las 24 horas

Desviación estándar para las coordenadas y deriva del reloj, en mm y ps respectivamente

Figura 6.10: Archivo de órbita precisa en formato SP3

demonstración de ambas nomenclaturas.

Para efectos de la estimación rigurosa, y en especial para el PPP, es estrictamente necesario considerar en los cálculos los EOP; se trata de un subgrupo de los EOP con los que se reducen efectos asociados con la no-uniformidad de la rotación de la Tierra (al incluir la precesión y nutación) y se establecen vínculos entre los sistemas de referencia celeste (inercial) y terrestre. Los EOP expresan el movimiento del polo (desplazamientos x e y ocasionados por la variación del vector de rotación respecto al sistema de referencia fijo en la Tierra), y el factor dUT_1 (que indica cambios en la velocidad de rotación al diferenciar el Tiempo Universal 1 respecto al Tiempo Atómico Internacional, $dUT_1 = UT_1 - UTC$), alternativamente a este último puede ser usada la LOD. El IGS calcula estos productos con una calidad nominal de $\pm 30 \mu\text{s}$ (movimiento del polo) y $\pm 10 \mu\text{s}$ (dUT_1) para sus soluciones finales, y los ofrece bajo el formato estándar mostrado en la fig. 6.12, correspondiendo a los archivos con extensión *.ERP.

6.3.3 Modelado de las variaciones del centro de fase de antenas emisoras y receptoras

El centro de fase es el punto radioeléctrico desde el cual es emitida, o bien, recibida la señal, quedando la observable GNSS definida entre ellos, por su naturaleza, no es un punto físico ni estable, situación que induce un error durante el postproceso, en especial cuando se busca una estimación rigurosa (Cioce, 2015), al

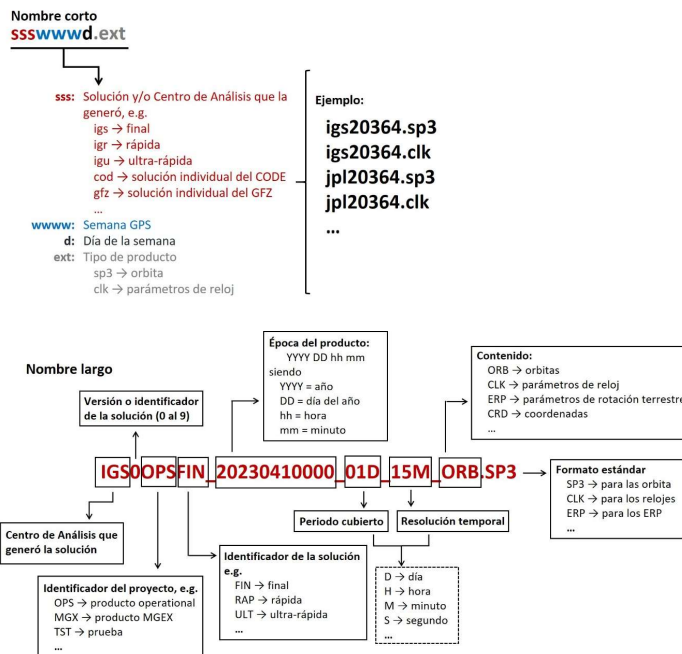


Figura 6.11: Nomenclatura estándar para productos del IGS: nombre corto (sup.), nombre largo (inf.)

version 2
 EOP SOLUTION

MJD	Xpole 10 ⁻⁶ "	Ypole 10 ⁻⁶ "	UT1-UTC .lus	LOD .lus/d	Xsig 10 ⁻⁶ "	Ysig 10 ⁻⁶ "	UTsig .lus	LODsig .lus/d
59980.50	-9108	256825	-116791	-4013	4	4	0	9
59981.50	-10861	258675	-113884	-2128	4	4	0	9
59982.50	-13005	260661	-112405	-614	4	4	0	9
59983.50	-15048	262575	-112173	688	4	4	0	9
59984.50	-16250	264411	-113371	2136	4	4	0	9
59985.50	-17225	266806	-116139	3316	4	4	0	9
59986.50	-18697	269205	-119526	3345	4	4	0	9

Movimiento del Polo dUT1 Duración del Día

Figura 6.12: Archivo ERP (extracto) ofrecido por el IGS, <https://igs.org>

respecto:

En el caso de los satélites (antena emisora): se presentan dos situaciones a ser consideradas durante la estimación; en primer lugar, la posición del satélite refiere a su centro de masas, pero tal y como se mencionase previamente, la señal es emitida desde el centro de fase de la antena existiendo una separación (*offset*) entre el punto con coordenadas conocidas y el punto inicial que define la observable. Por otra parte, dado que la ubicación del centro de fase cambia en función de la dirección de salida de la señal para una frecuencia específica, lo que se conoce como variación del centro de fase o en inglés *PCV*, entonces un centro de fase medio debe ser definido, siendo aquel punto para el cual la fase de la señal muestra las variaciones más pequeñas en términos de los cuadrados mínimos.

De esta manera, el riesgo de introducir error en la estimación viene dado al no considerar la diferencia entre la ubicación del centro de fase medio y el centro de masas, dicha separación es denominada desplazamiento del centro de fase (*Phase Center Offset-PCO*). El PCO y sus variaciones son determinadas en un marco de referencia fijo en el cuerpo del satélite, en el que se establece un sistema de referencia, ilustrado en la fig. 6.13, con origen en el centro de masas, eje Y dirigido hacia el eje de rotación nominal de los paneles solares, eje Z orientado hacia el geocentro y el eje X completa el sistema para hacerlo de mano derecha (*Dilssner et al., 2010*).

En el caso de las estaciones de observación (antena receptora): la dirección de arribo de la señal (dada en función del azimut y elevación del satélite) induce discrepancias en la ubicación de su centro de fase, influenciada por el modelo de la antena, la frecuencia portadora y origen de la señal (*GPS*, *GLONASS*, Galileo, BeiDou). En consecuencia, para la estimación se asume o define un centro de fase medio, cuyas variaciones respecto al centro de fase instantáneo *PCV* puede alcanzar de milímetros a algunos centímetros (*Seeber, 2003a*), y queda referido al denominado ARP (*Antenna Reference Point*), es decir, aquel punto de referencia mecánico de la antena dependiente de sus características física. La diferencia entre centro de fase medio y el ARP corresponde al PCO de la antena.

Los parámetros que describen la relación entre el PCO y las *PCV* de las antenas se determinan mediante procesos de calibración absoluta que buscan cuantificar las variaciones de fase a partir de la recepción de la señal *GNSS* en ambientes controlados. Brazos robóticos que inclinan y hacen rotar la antena al aire libre y sin la presencia de superficies que causen multitrayectoria (fig. 6.14) o a lo interno de cámaras anecoicas (condiciones de laboratorio) donde se simulan las señales (fig. 6.15), permiten evaluar patrones de recepción y modelar a través de un desarrollo en armónicos esféricos (*Riddell*

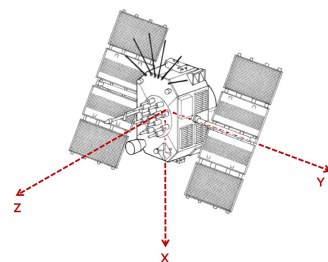


Figura 6.13: Sistema de referencia fijo en el satélite, adaptado de *Seeber (2003a)*



Figura 6.14: Brazo robótico para la calibración absoluta de antenas *GNSS*, <http://www.geopp.de>

et al., 2015).

Esta información es actualizada de manera regular atendiendo a: (1) los nuevos lanzamientos y mejoras hechas a los satélites, (2) disponibilidad de nuevos modelos de antenas receptoras, (3) antenas receptoras ya existentes sometidas al proceso de calibración. Por consiguiente, conviene hacer uso del modelo más reciente al momento de efectuar un postproceso GNSS. El IGS pone a disposición de los usuarios, el modelo de las PCV en formato estándar ANTEX (Rothacher and Schmid, 2010), su estructura interna y nomenclatura asociada es mostrada en la fig. 6.16, tomando para el ejemplo la antena TRM55971.00+NONE, es decir, Trimble Zephyr Geodetic II (ver fig. 6.17).

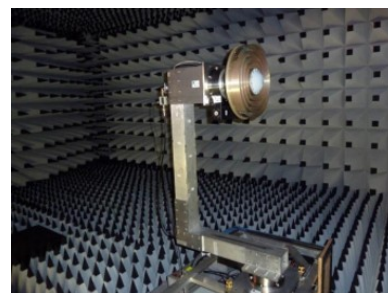


Figura 6.15: Cámara anecoica para la calibración absoluta de antenas GNSS (Riddell et al., 2015)

Figura 6.16: Estructura interna de un archivo ANTEX y su nomenclatura

El archivo ANTEX (ig20_2247.atx) contiene la siguiente información:

- Modelo de antena según denominación del IGS:** TRM55971.00 NONE
- Ubicación del centro de fase medio respecto al ARP para cada señal por constelación, e.g.:**
 - G01 = L1 GPS
 - R01 = L1 (o R1) GLONASS
- Patrón de variaciones azimutales y no-azimutales del centro de fase en mm:** Sección de datos de calibración que incluye valores para diferentes frecuencias y constelaciones.



Figura 6.17: Antena receptora GNSS Trimble Zephyr Geodetic II (TRM55971.00+NONE), <https://oemgnss.trimble.com>

Nótese que la nomenclatura del ANTEX hace mención al marco de referencia geodésico adoptado por el IGS, de manera que, ante cualquier actualización del marco de referencia terrestre, una nueva versión del modelo es generada, lo que incide directamente en el proceso de estimación. Además, el IGS adopta nombres por convención para receptores, antenas y radomes, independientes de aquellos establecidos por las casas fabricantes, solo con fines relacionados con la generación y usos de los distintos productos GNSS. Esta información se mantiene actualizada en el archivo rcvr-ant.tab disponible en <https://igs.org>. Adicionalmente, el National Geodetic Survey-NGS, Estados Unidos, ofrece un catálogo de antenas receptoras por fabricante, junto a datos sobre los parámetros geométricos y nomenclatura estándar, accesible en el sitio <https://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL>.

6.3.4 Modelado de efectos atmosféricos

En el Capítulo V fueron expuestas las ideas fundamentales sobre los efectos perjudiciales para el posicionamiento preciso, derivados de la refracción experimentada por la señal GNSS durante su paso por la alta atmósfera (ionosfera) y atmósfera neutra (troposfera y estratosfera). Dada la compleja dinámica en ambos estratos, se trata de fuentes de error dominantes, bajo cualquier modalidad de observación y, en consecuencia, ameritan mayor atención durante la estimación, siendo útil la incorporación de representaciones externas del estado de la atmósfera, pues en el modelo relativo la longitud de la línea-base es un factor que limita la efectividad de las dobles-diferencias, y en el caso del modelo absoluto, la calidad de los resultados depende en buena medida de la precisión en la determinación a priori del conjunto de variables que conllevan al cálculo de las coordenadas.

Conviene así, considerar la introducción de modelos externos para reducir efectos atmosféricos, ante situaciones específicas como la optimización del proceso de resolución de ambigüedades, uso de observaciones de simple frecuencia, mejoramiento de la estimación vertical, etc. Para el tratamiento de la refracción ionosférica, aunque esta puede ser mitigada inicialmente, al formar combinaciones lineales como la L₃ (o Libre-de-Ionosfera), ventajas adicionales surgen al incorporar en la estimación las representaciones del TEC (Total Electron Content) en forma de GIM (*Global Ionosphere Map*), es decir, mallas globales de dicha variable generadas sobre una escala temporal diaria o de mayor resolución de acuerdo al proveedor. Tanto el IGS como sus centros de análisis asociados, ofrecen a la comunidad de usuarios este tipo de productos, además, existen modelos del TEC a escala regional y a tiempo cuasi-real, obtenidos a partir del procesamiento de redes GNSS de operación continua desplegadas en una zona determinada, ver e.g., [Mendoza et al. \(2019\)](#). Las mallas del TEC son dadas en NetCDF, formato CODE (asimilable por plataformas de procesamiento como el Bernese GNSS Software o Leica Infinity, y en formato estándar IONEX (*Ionosphere Map Exchange Format*; [Schaer et al. \(1998\)](#)). En las figuras 6.18 y 6.19 se muestran representaciones gráficas de las mallas globales y regionales del TEC.

Para la reducción del efecto causado por la refracción (retardo) en la atmósfera neutra, es recomendable seguir los estándares actuales respecto a las funciones de mapeo para las componentes hidrostática y no-hidrostática; en este sentido, el IERS adopta en sus convenciones aquellas sustentadas en modelos numéricos para la predicción del clima (NWM, *Numerical Weather Models*) que representan el estado atmosférico con alta confiabilidad y a escala global, haciéndolas más

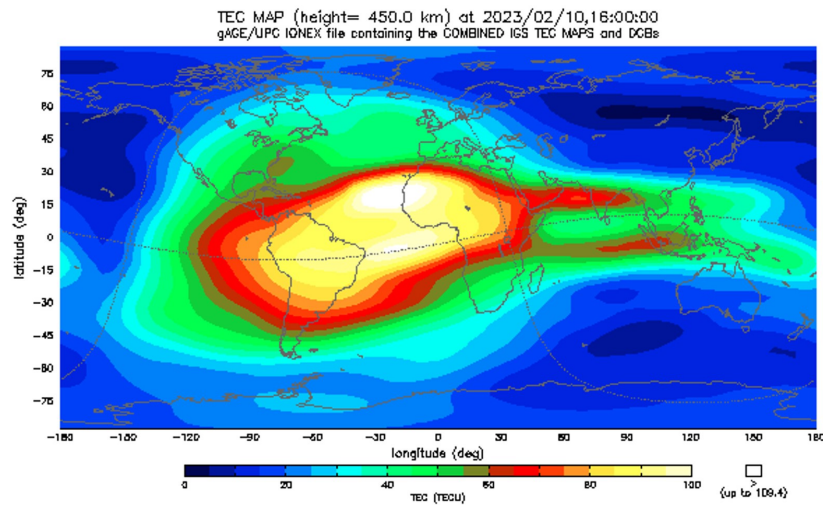


Figura 6.18: TEC global para el día 041, año 2023, a las 16:00:00 UTC. Producto IGS; <https://igsiono.uwm.edu.pl>

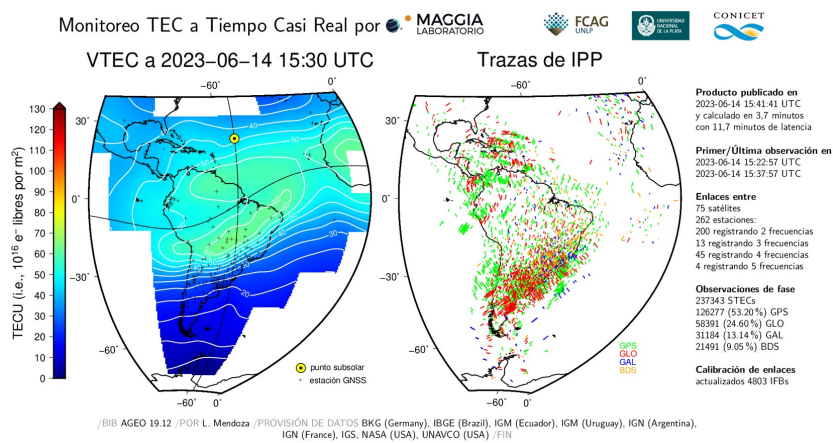


Figura 6.19: TEC regional para el día 165, año 2023, a las 15:30:00 UTC; <https://www.maggia.unlp.edu.ar>

precisas que sus antecesoras, e.g., *Niell Mapping Function* (NMF) (Niell, 1996). En la estimación GNSS, atendiendo a las capacidades del software, de este grupo de funciones modernas, debe procurarse el uso de la *Vienna Mapping Function 1-VMF1* (Boehm et al., 2009; Böhm and Schuh, 2004) o su función empírica asociada, denominada *Global Mapping Function-GMF* (Böhm et al., 2006). Vale destacar que una versión mejorada de la VMF, conocida como VMF3 (Landskron and Böhm, 2018), se encuentra disponible de forma operacional.

La VMF es accesible en forma de mallas globales de 2.0° en latitud por 2.5° en longitud, con resolución temporal de seis horas en escala sinóptica (i.e. 0h, 6h, 12h, 18h UT), las variables contenidas son los coeficientes de la fracción continuada que define a la función de mapeo según Marini (1972) y Herring (1992), así como también valores de ZHD y ZWD, todo en base al flujo de datos meteorológicos del ECMWF (<https://www.ecmwf.int>) y su NWM ERA-Interim (Dee et al., 2011) o ERA5 (Hersbach et al., 2020). Este conjunto de parámetros es calculado en Austria por el grupo de trabajo conformado entre la Technische Universität Wien (TU Wien; <https://geo.tuwien.ac.at>) y el Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen (BEV; <https://www.bev.gv.at>), siendo accesibles a través del portal <https://vmf.geo.tuwien.ac.at>. La fig. 6.20 corresponde al archivo *.GRD correspondiente a los parámetros necesarios para la reducción del retardo.

```
! Version: 1.0
! Source: J. Boehm, TU Vienna (created: 2022-02-11)
! Data types: VMF1 (lat lon ah aw zhd zwd)
! Epoch: 2022 02 10 00 00 0.0
! Scale factor: 1.e+00
! Range/resolution: -90 90 0 360 2 2.5
! Comment: http://vmf.geo.tuwien.ac.at/trop_products/GRID/2.5x2/VMF1/VMF1_OP/

90.0 0.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 2.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 5.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 7.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 10.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 12.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 15.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 17.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 20.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 22.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 25.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 27.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 30.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 32.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 35.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 37.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 40.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 42.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 45.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 47.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 50.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 52.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 55.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 57.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 60.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 62.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 65.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 67.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 70.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 72.5 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
90.0 75.0 0.00115783 0.00055814 2.2685 0.0188
```

latitud y longitud de los nodos que componen la malla

coeficiente "a" hidrostático

coeficiente "a" no-hidrostático

retardo zenital hidrostático

retardo zenital no-hidrostático

Figura 6.20: Archivo *.GRD correspondiente a la malla global de la VMF1

Cuando la estimación GNSS es rigurosa, y de manera especial, orientada a la determinación de la componente vertical con la mayor

precisión posible, es necesario considerar la asimetría horizontal de la atmósfera, que se manifiesta ante condiciones climáticas y meteorológicas locales o regionales, causando que el retardo a una elevación constante varíe ligeramente en dirección azimutal (Hobiger and Jakowski, 2017). En consecuencia, gradientes horizontales en las direcciones Norte y Este tienen que ser determinados, el modelo con mayor aceptación en el procesamiento de observaciones GNSS es el de Chen and Herring (1997).

6.3.5 Modelado de otras fuentes de error

Existen otras fuentes de error sobre las determinaciones GNSS que generalmente no son tratadas de manera específica durante la etapa de procesamiento, cuando el posicionamiento se orienta a trabajos de producción, razón por la cual, la mayoría de los software de procesamiento comercial no incluyen en sus algoritmos los respectivos modelos para la corrección y/o reducción, además, siendo la estimación relativa aquella modalidad de mayor implementación, estos efectos son cancelados durante las diferenciaciones sobre líneas-base de longitud moderada, permitiendo alcanzar precisiones centimétricas.

Pero, cuando un usuario recurre a soluciones de algún marco de referencia para proceder con la estimación relativa proporcionadas por algún centro de análisis (e.g., soluciones semanales SIRGAS-CON; <https://sirgas.ipgh.org>), incluyendo aquellos que soportan los cálculos en-línea, debe ser consciente de que tanto las coordenadas como velocidades de las estaciones base que han sido asumidas, provienen de un proceso de cálculo altamente sofisticado, en los que han sido tratados aquellas fuentes de error.

Se entiende de esta manera que, determinaciones con la mayor precisión posible (alcanzable por la técnica observacional), como las destinadas al establecimiento de redes de control geodésico, o para sustentar aplicaciones científicas, demandan la consideración de tales efectos, y de nuevo, las características de la plataforma de procesamiento a utilizar juegan un rol esencial. Entre estas, pueden mencionarse los efectos causados por el flujo de fluidos geofísicos, que en esencia, al deformar la corteza terrestre, alteran la posición de los sitios de observación. Los desplazamientos periódicos y no-periódicos de las masas de agua oceánica, atmosférica y de los mantos acuíferos superficiales, son modelados en algunos casos, según las Convenciones del IERS o por desarrollos propios de los centros de investigación.

Otro tipo de efectos, están asociados a la relatividad y la dinámica orbital de los satélites GNSS, como por ejemplo las variaciones en la

orientación de las plataformas, presión por radiación solar, alteraciones en los relojes, el giro de fases (*phase wind-up*), entre otros que también pudieran ser tratados para mejorar resultados del postproceso. Naturalmente, conocimientos avanzados acerca de estos tópicos son de dominio obligatorio por parte del calculista.

6.4 *Etapas del postprocesamiento de observaciones GNSS*

Siendo el postprocesamiento de las observaciones GNSS una etapa de gran relevancia para la obtención de resultados confiables, no solo basta con manipular un determinado software por más sencilla o compleja que sea su operación; un trabajo organizado y acorde a la estrategia de cálculo previamente elaborada, puede facilitar la tarea y optimizar tiempos de ejecución para la entrega de productos finales, así como una posible verificación o auditoria conducente a la detección de inconsistencias que fomenten una interpretación o análisis errado. Esta sección se ofrece pues, como una recomendación general, en especial para quienes están iniciándose en los fundamentos y aplicaciones de la técnica satelital.

Resulta evidente que para el postproceso, debe disponerse de las observaciones almacenadas en los receptores, de manera que la transferencia de datos crudos al computador es el punto de partida; dado que no siempre el personal a cargo del trabajo de campo es responsable del procesamiento y análisis, la contrastación de lo indicado en las planillas de campo hace posible la elaboración de un registro que refleje la cantidad de estaciones involucradas, cantidad y duración de sesiones, modelo de receptores y antenas, y en general, todo elemento asociado a la configuración de la red y régimen de ocupación. La organización sistemática de datos e información asociada a la campaña de medición, debe estar siempre presente.

De ser necesario, los datos crudos deberán someterse a la transformación al formato RINEX. Al no ser algo indispensable, siempre tendrá ventajas al momento de editarlos, efectuar un pre-análisis de las observaciones, y respaldar para ocasiones futuras o si se presentare algún inconveniente. No debe perderse de vista que, los datos GNSS forman parte de toda la cadena de producción dentro de la ejecución de un determinado proyecto, y su respaldo y custodia no es opcional. El proceso de edición de los RINEX consiste en la modificación, a discreción del calculista, de elementos claves en el encabezado, tales como: identificación de la estación y de los operadores responsables, indicación del tipo de antena y receptor, remuestreo de las observables, división de una sesión en intervalos más cortos, etc.

Algunas de estas acciones de edición pueden ser efectuadas

directamente a través del software de procesamiento, lo que no es cuestionable siempre que el calculista comprenda el alcance; no obstante, cuando se emplean plataformas de cálculo riguroso, o aquellas en-líneas, la edición debe ser realizada por medios independientes. De especial interés resulta lo inherente a la reducción de la altura de antena, este proceso consiste en llevar la altura de antena observada (i.e. aquella definida entre la marca que materializa al punto y la marca de referencia en el cuerpo de la antena) hasta el denominado punto de referencia de la antena (ARP por sus siglas en inglés), el cual es el considerado durante el cálculo de la posición GNSS al relacionarlo con el centro de fase de la antena receptora.

La fig. 6.21 ilustra la generalidad de la reducción, que depende de los parámetros geométricos de la antena (dados por el fabricante o publicados por algún servicio internacional), entre estos el diámetro o radio, y separación desde el ARP hasta la marca de referencia para medir la altura de la antena (ver ejemplo en la fig. 6.22).

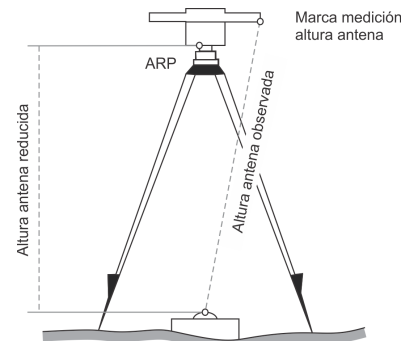


Figura 6.21: Altura de la antena GNSS observada y reducida a su ARP

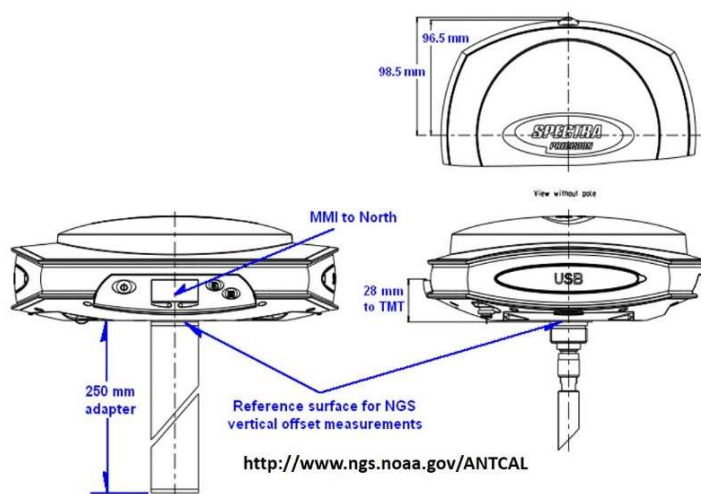


Figura 6.22: Parámetros geométricos de la antena Spectra Precision SPP91564-2 + NONE



Aplicando sencillas fórmulas de la geometría, la altura medida de forma inclinada, se reduce a la vertical, y a este segmento solo

se le resta la dimensión del cuerpo de la antena hasta su ARP. La magnitud de la reducción puede alcanzar algunos centímetros, y de ahí la importancia de esta operación previa al postprocesamiento, por cuanto la no reducción introduce tal magnitud como un error sobre la determinación de posición GNSS.

Otro paso previo al procesamiento corresponde a la actualización de coordenadas geodésicas para las estaciones de control (o bases de la red) cuando la estimación sea en modo relativo. Los principios han sido reseñados en la sección Sistemas de Coordenadas del capítulo 1, de manera que solo se resalta la importancia de esta operación al estar asociada con la definición del datum geodésico. En la estimación relativa las componentes del vector de línea-base se determinan respecto a una estación (como mínimo) con coordenadas fiduciales asociadas a un sistema y marco de referencia específico, este último varía en función del tiempo dada la acción de eventos seculares, estacionales y esporádicos; por otro lado, en el proceso de cálculo se asumen conocidas las coordenadas de los satélites GNSS que refieren a un sistema, marco y época (lo que implica que las observaciones queden a este asociadas) que no necesariamente sea consistente con aquel de las estaciones base. Suponga por ejemplo que hará uso de coordenadas de una base, dadas en el ITRF2014:2021.0, y que las observaciones refieran al ITRF2020:2023.5. Es evidente la incompatibilidad entre observación y estimación, siendo indispensable garantizar la uniformidad a fin de no introducir errores sobre la determinación, cuya magnitud puede ser considerables en sitios con intensa actividad tectónica.

La definición de coordenadas actualizadas para las bases puede hacerse de varias formas dependiendo del criterio del calculista y las necesidades del proyecto. No obstante, la primera opción debe ser la vinculación con estaciones de operación continua que conformen el marco de referencia nacional. En Chile, la red geodésica básica es procesada en forma simultánea con la red SIRGAS-CON, tal que se dispone de coordenadas actualizadas a intervalos semanales con niveles de calidad comparables con las del marco referencia continental. En situaciones en las que estaciones pasivas sean las utilizadas como fiduciales, la actualización de coordenadas debe ser efectuada aplicando componentes de velocidad provenientes de modelos geodésicos, lo que supone operaciones de conversión y transformación de coordenadas, reversibles cuando los resultados del levantamiento tengan que ser expresados respecto al marco oficial del país.

En el caso de la estimación PPP, este paso no es necesario pues el datum es introducido directamente a partir de las coordenadas geocéntricas de los satélites, y en consecuencia, las coordenadas

resultantes refieren al marco y época en la que están dadas las órbitas GNSS. Pero, si tendrá que considerarse la necesidad de expresar las determinaciones respecto al marco oficial cuando así se requiera (e.g., para dar cumplimiento a algún procedimiento técnico-administrativo).

En relación a los insumos descritos en el ítem 7.4, en modo particular las órbitas GNSS, deberán tomarse las previsiones del caso como preparativo previo al postproceso, pues dependiendo del tipo de órbita (transmitidas, ultra-rápidas, rápidas, finales), los tiempos para la obtención de resultados pueden variar. Como regla básica, líneas-base mayores a 15 km ameritan órbitas confiables, siendo inapropiado utilizar información orbital transmitida, la decisión gira en torno a la conveniencia de las rápidas o las finales. Y si la estimación será en modo PPP, la calidad de las determinaciones será confiables siempre y cuando las órbitas sean precisas. Para la obtención de los insumos del postproceso, el uso de un Calendario GPS es de gran utilidad al momento de acceder a los sitios donde se encuentran alojados, y todo esto forma parte de la adecuación y/o preparación de la plataforma de procesamiento.

Cubiertas estas etapas previas, una vez en el software, la idea es dedicarse al procesamiento en sí mismo (estimación de las coordenadas de los sitios ocupados mediante el tratamiento de las observaciones GNSS) y no a detalles generales asociados con la preparación de datos e insumos, que en algunos casos pudieran tornarse confusos, arriesgando la efectividad del trabajo de cálculo. Ya que las distintas plataformas de procesamiento exhiben particularidades propias, ciertamente es difícil ofrecer una descripción única, sin embargo, pueden distinguirse tres pasos cubierto por todo software: el pre-análisis, análisis, y ajuste (si aplica).

El pre-análisis busca detectar y reducir aquellos errores de naturaleza sistemática contenidos en las observaciones, además, permite establecer algunas condiciones geométricas del arreglo de estaciones de acuerdo al régimen de ocupación. Inicialmente, atendiendo a la cantidad de estaciones bases y rover, aquellas líneas-base de carácter trivial, deben ser identificadas y descartadas para el procesamiento, pues introducen redundancia “ficticia” que tiende a mejorar la calidad de las determinaciones sin ningún tipo de soporte observacional. Por regla general, durante una sesión de observación GNSS, la cantidad de líneas-base posibles e independientes vienen dadas por las expresiones:

$$LB_{posibles} = \frac{r(r-1)}{2} \quad (6.3)$$

$$LB_{ind} = r - 1 \quad (6.4)$$

siendo r la cantidad de receptores en operación simultánea durante el transcurso de la sesión de observación. El criterio del calculista, los parámetros del diseño de la campaña, y las características y/o tipo de software a emplear, definen la manera para identificar y anular líneas triviales. En plataformas comerciales, un simple análisis visual es suficiente, partiendo del conocimiento a priori sobre la conformación de las líneas-base de interés, es decir, las formadas entre estaciones fiduciales (bases) y las rover; en la mayoría de los casos, los software comerciales asumen como estación base, aquella con mayor tiempo de ocupación, lo que no siempre es así; en la fig. 6.23 se presenta un ejemplo.

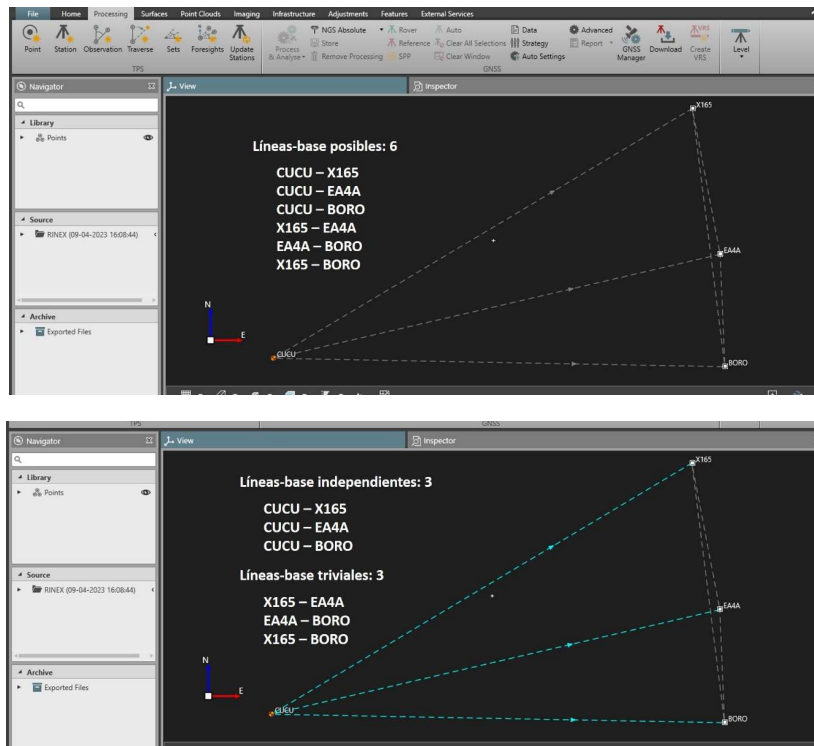


Figura 6.23: Identificación de líneas-base independientes y triviales sobre la interfaz de un software comercial de procesamiento GNSS

En cualquier plataforma comercial, una vez importadas las observaciones GNSS (en formato nativo o RINEX), el escenario será similar al ilustrado en la parte superior de la Figura 20, podrán apreciarse todas las líneas-base posibles. Al identificar y habilitar las independientes, se descartan las triviales (parte inferior de la Figura

20) y se prosigue con el procesamiento. El otro aspecto de interés dentro del pre-análisis, ya cubierto lo anterior, se relaciona con la reparación de saltos de ciclo.

Toda plataforma de procesamiento incorpora algoritmos especializados en la identificación y reparación de saltos de ciclo, siendo un paso de gran importancia pues se trata de una fuente potencial de error sobre las determinaciones, al estar vinculadas con las ambigüedades en fases portadoras. Un salto de ciclo no reparado pasa a ser una nueva ambigüedad, incrementando la cantidad de incógnitas a resolver. Si las observaciones han sido ejecutadas bajo los cuidados del caso (e.g., sitios despejados, ausencia de superficies causantes de multitrayectoria, periodos de ocupación adecuados, etc.), lo ideal es aprovechar las bondades de los distintos modelos matemáticos para el tratamiento de los saltos de ciclo. La intervención del calculista puede ser necesaria en casos especiales que ameriten una depuración de observaciones defectuosas sabiendo a priori la influencia de algún agente con estas relacionadas (e.g., recepción desde satélites con baja elevación, presencia de vegetación pronunciada, movimientos irregulares de la antena receptora, etc.); para casos como este, la inspección de las observaciones se facilita cuando el software es capaz de mostrar en forma numérica y gráfica los efectos sobre las observaciones, identificando además los saltos de ciclo. La fig. 6.24 muestra la vista para la depuración de los datos registrados simultáneamente durante la ocupación de una línea-base, propia de aun software comercial.

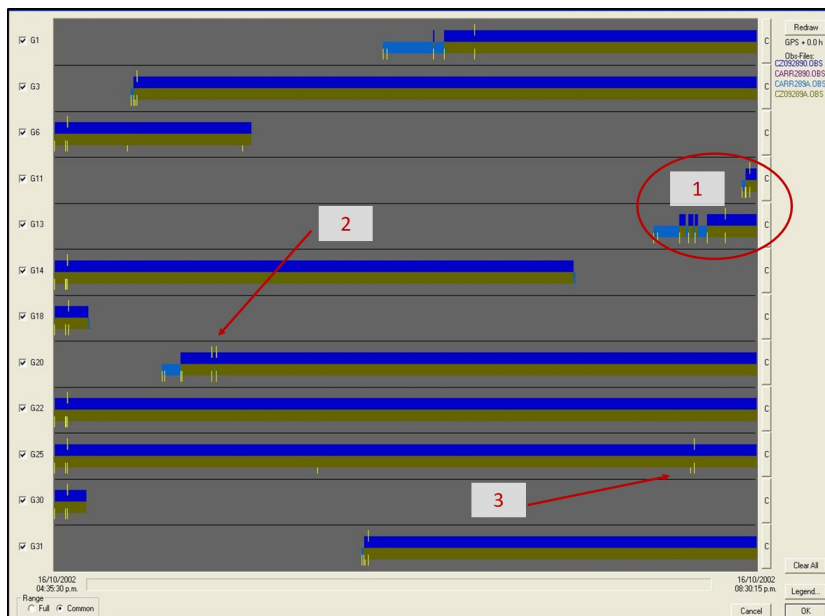


Figura 6.24: Visualización gráfica de observaciones simultáneas base-rover para su depuración manual

La depuración de las observaciones debe ser realizada atendiendo a criterios particulares que algunas veces recaen en la simple lógica asociada a la técnica observacional. En la figura, se detallan tres situaciones comunes; la número 1 indica la existencia de observaciones de muy corta duración en comparación con la totalidad de la sesión (aproximadamente cuatro horas), además de la reducida cantidad de datos, estos se muestran discontinuos (pérdida de simultaneidad) y marcados con saltos de ciclo de acuerdo a la leyenda dada por el software, en estos casos, lo más sensato es eliminarlos por completo. En la número 2 sólo se indica la existencia de saltos de ciclo en las épocas iniciales, que pueden ser eliminados sin arriesgar la totalidad de las observaciones que le suceden, esto mismo puede hacerse si los datos defectuosos estuvieran en las épocas finales. Por su parte, la número 3 debe analizarse con cierto cuidado, pues la eliminación a discreción introduce un salto adicional en los datos, e independiente de las condiciones de las observación, que puede dejar sin efecto cualquier algoritmos para su reparación o para la resolución de la ambigüedad que será definida, aquí es el calculista quien estaría introduciendo un error sobre el proceso de estimación. Por eso se debe insistir en el especial cuidado cuando corresponda la depuración, según las situaciones a presentarse. Suponga por ejemplo, que sólo fueron captados los cuatro satélites GNSS que como mínimo, hacen posible la determinación de coordenadas, y que parte de los datos se encuentran corrompidos; si de por sí la estimación es débil, la eliminación de datos no siempre representa una opción acertada.

Debe hacerse la salvedad respecto al tipo de plataforma, ya que los ejemplo presentados corresponden a las de tipo comercial por ser las de mayor uso. Cuando de plataformas científicas se trata, la etapa de pre-análisis es mucho más exhaustiva, contando con más y mejores herramientas para el filtrado y suavizado de las observaciones, tendente a la reparación de saltos de ciclo.

Una vez que las observaciones hayan sido depuradas (principalmente por la reducción de saltos de ciclo), se da paso a la etapa de análisis, en la que se aplican los modelos matemáticos fundamentales de la estimación (relativa o absoluta) previo tratamiento de distintas fuentes de error como las orbitales y las asociadas al medio de propagación, considerando la selección previa de algunos parámetros básicos dentro del procesamiento (máscara de elevación, intervalo de muestreo, sistema satelital, tipo de observable) y de los cuales dependerán los resultados. Acá también tiene lugar la resolución de ambigüedades, siendo de gran importancia dada las implicaciones respecto al posicionamiento preciso.

Este punto es crucial en el proceso de cálculo GNSS. Una vez que

el término de ambigüedad haya sido determinado como valor entero, se mantiene constante durante todo el periodo del rastreo a menos que existan saltos de ciclo, que de no ser reparados se convertirán en una nueva ambigüedad, es decir, otra incógnita adicional. Por este motivo, conviene que las observaciones: (1) se realicen durante periodos suficientes como para asegurar cantidades mínimas de datos que faciliten la resolución de ambigüedades, y (2) que las condiciones de entorno alrededor del instrumento receptor no propicien interrupciones en el rastreo conducentes a saltos de ciclo. Las observaciones deben presentar la menor cantidad posible de ruido, lo que puede controlarse desde la etapa de planificación de la campaña de medición. Para efectos del procesamiento, las plataformas de cálculo disponen de algoritmos especializados para la búsqueda y resolución de las ambigüedades, tan sencillos o sofisticados como lo sea el software en sí mismo, que básicamente definen una región de búsqueda, determinan un valor flotante de la ambigüedad (número real), y refinan la determinación para resolverla a su valor entero. Pueden mencionarse las combinaciones lineales (e.g., *Wide-lane*, *Narrow-lane*, *Melbourne-Wübbena*), y modelos como el FARA (*Fast Ambiguity Resolution Approach*), ROUND, SEARCH, SIGMA, QIF (*Quasi-Ionosphere-Free*), LAMBDA (*Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment*), entre otros, cuyos detalles pueden ser revisados en literatura especializada, e.g., [Teunissen \(2017\)](#), [Verhagen \(2014\)](#), [Dach et al. \(2015\)](#), [Leick et al. \(2015\)](#), [Hofmann-Wellenhof et al. \(2007\)](#). Estos han sido desarrollados en base a observaciones GPS, el uso de estos modelos para el caso de observaciones GLONASS u otro sistema, no siempre será apropiado, y de hecho, es un tema de investigación actual a nivel mundial.

Ante la alta redundancia de las observaciones registradas en cada estación, en la etapa de análisis tiene lugar un ajuste por cuadrados mínimos. En sentido estricto, la matriz de las incógnitas agrupa a las componentes del vector de línea-base ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) si la estimación fue por dobles-diferencia, o las coordenadas geocéntricas de las estaciones (X, Y, Z) si el cálculo fue realizado en modo PPP; además, incluye las derivas del reloj del receptor y los parámetros asociados con el retardo de la señal en la atmosfera neutra. La mayoría de los software comerciales sólo se limitan a mostrar resultados de interés técnico, es decir, los que describen la posición de los sitios ocupados, el resto (incluyendo los propios de la resolución de ambigüedades), pasan a un segundo plano y en el mejor de los casos, pueden ser revisados en los reportes de salida, lo que no sucede con un software científico.

Si se cuenta con redundancia externa, es decir, por líneas-base o estaciones reocupadas durante diferentes sesiones, es factible una

etapa subsiguiente dedicada al ajuste a nivel de ecuaciones normales formadas de manera independiente para cada solución y/o sesión. Por lo general, las redes geodésicas GNSS quedan resueltas luego de este ajuste final. En software comercial, los módulos para tal fin están diseñados principalmente para la combinación de observaciones GNSS con terrestres (ángulos, distancias, diferencias de altura), mientras que los de categoría científica, permiten la combinación entre soluciones provenientes de otras técnicas satelitales.

Queda claro que las etapas de análisis y ajuste se encuentran directamente relacionadas, siendo importante establecer los controles de calidad interna y externa de los resultados, según la sinergia entre observaciones y estrategia adoptada para su procesamiento, pues tal como fuera mencionado previamente, los modelos determinísticos y estocásticos de una estimación GNSS son optimistas per se. Todo lo que involucra al postproceso de las observaciones, se dará por culminado cuando se satisfagan requerimientos de exactitud y precisión en lo que respecta al proyecto.

Sobre los resultados de la estimación arrojados por el software, tanto su interpretación como la evaluación de su confiabilidad, son aspectos clave. Estos son expresados como cualquier otra magnitud obtenida mediante el tratamiento de observaciones geodésicas, por un lado se tendrán las componentes determinísticas (coordenadas 2D, 3D o 4D según lo requerido) y por el otro, sus componentes estocásticas asociadas (desviación estándar, RMS, matrices de varianza-covarianza, u otro estimador de similar naturaleza), con niveles de probabilidad del 68.3 % (1σ), 95.5 % (2σ) y 99.9 % (3σ). Importante es comprender la diferencia entre precisión y exactitud.

Adicionalmente:

1. Las coordenadas estimadas serán confiables, una vez garantizada la reducción apropiada de los distintos sesgos sobre las observaciones, y la resolución óptima de ambigüedades, es decir, fijación a valores enteros. Este proceso de por sí es complejo, y amerita la mayor atención posible durante el análisis.
2. En una estimación relativa, es válido recurrir a las líneas triviales sólo para efecto de control de resultados, pues una vez determinadas las coordenadas de todas las estaciones que conforman líneas-independientes, deberían obtenerse resultados idénticos al calcular la trivial. Las posibles diferencias que pudieran surgir, se asumen como una medida aceptable de la dispersión entre resultados, infiriéndose la calidad de las determinaciones.
3. Aunque los software comerciales requieren seleccionar algún

sistema de coordenadas para expresar los resultados de las determinaciones, el calculista debe tener presente que las coordenadas GNSS son geocéntricas cartesianas por naturaleza, y eso implica que quedan referidas al mismo marco y época de referencia en que están dadas las órbitas (lo que ha sido mencionado en varias ocasiones).

4. Si bien la determinación GNSS incluye la componente vertical del posicionamiento (a través de la conversión de coordenadas geocéntricas cartesianas a geodésicas curvilíneas), la altura obtenida solo tiene un sentido geométrico, siendo necesario considerar un transporte de alturas hacia superficies de referencia físicas (geoide o cuasi-geoide) que mejor se adapte a las necesidades del proyecto.

6.5 Problemas Propuestos

1. Obtenga el archivo de observación GNSS en formato RINEX, de la estación de operación continua ANTCooCHL suministrado por algún centro de datos (e.g. IGS, Centro Sismológico Nacional), correspondiente al día 41 del año 2023:
 - a) Convierta el archivo comprimido en formato Hatanaka a RINEX original, note la tasa de compresión
 - b) Identifique el modelo de receptor y antena, y compruebe que ambos cumplen las especificaciones propias para una estación de operación continua
 - c) ¿Cuál es el intervalo de captura de las observaciones?, ¿es posible incluir una línea en el encabezado que indique dicho parámetro?
 - d) ¿Cuáles constelaciones GNSS han sido rastreadas desde la estación?
 - e) Si la altura de la antena es de 0 m, ¿es necesario realizar la reducción de altura de antena?
 - f) La sesión de observación inició a las 00h00m00s de Tiempo GPS, ¿cuál fue la hora de inicio en tiempo local?
 - g) Para la época de registro correspondiente a las 10h12m52s, ¿cuántos satélites fueron rastreados?
 - h) Para la misma época del ítem anterior, ¿cuál es el valor de las observables con código C/A y portadora L1 hacia el satélite GPS 28? Indique sus unidades de medida

2. Realice un postprocesamiento GNSS asistido por plataformas en-línea, tomando los datos de alguna estación de operación continua de su elección, para ello:
 - a) Asegúrese que los datos cumplen los requerimientos necesarios
 - b) Solicite el cálculo con base a la sesión de observación completa
 - c) Edite el archivo de observación a fin de procesar una sesión de cuatro (4) horas
 - d) Analice resultados a partir de la evaluación de las variantes ofrecidas por la plataforma de cálculo
3. Durante una sesión de observación GNSS en modo estático, se utilizó una antena de la casa Septentrio, modelo SEPPOLANTXMF.V2+NONE. Si la altura de antena observada y registrada en la planilla de campo fue 1.684 m, ¿cuál es el valor reducido a su ARP?
4. Explore las opciones de cálculo ofrecidas por algún software de procesamiento GNSS de tipo comercial, en especial, aquellas que de manera específica definen la estrategia de cálculo

7

Aplicaciones en Geociencia

el GNSS desempeña un papel fundamental en una amplia gama de aplicaciones en las geociencias al proporcionar datos de posicionamiento y desplazamientos altamente precisos. Esta técnica permite a los científicos y profesionales recopilar información esencial para comprender mejor la dinámica y los procesos de la Tierra. Las aplicaciones actuales de GNSS en las Geociencias son numerosas, por lo tanto, en este capítulo nos centraremos en alguna(s) aplicaciones específicas en las disciplinas de Hidrología, Sismología, y Meteorología. Para una revisión mas profunda de la teoría, el análisis de datos y el modelado físico de las aplicaciones de GNSS en Geociencias, se recomienda consultar [Bock and Melgar \(2016\)](#).

7.1 GNSS en Hidrología

Antes de introducirse en las aplicaciones hidrológicas del GNSS, es importante definir Hidrología, esta es la ciencia que se ocupa del estudio del ciclo global del agua y los procesos físicos, químicos y biológicos involucrados en los diferentes reservorios y flujos de agua dentro de este ciclo ([Marshall, 2013](#)). En estos últimos años, las observaciones Geodésicas han contribuido significativamente al estudio del ciclo hidrológico, como tambien al comportamiento espacio-temporal de los diferentes componentes y fases que lo integran. Mediciones asociadas a la geometría, campo de gravedad, y rotación terrestre han permitido el análisis de la distribución y movimiento del agua en la superficie (o en los primeros kilometros) terrestre, dando cabida a una nueva rama de la Geodesia, esta es la Hidrogeodesia ([White et al., 2022](#)). Este nuevo campo de aplicación, frecuentemente se usan señales GNSS (directas, reflejadas, radio ocultación) para la estimación del vapor de agua presente en la troposfera, las variaciones del nivel de agua en grandes rios y lagos, y la deformación de la corteza terrestre provocada por las cargas

hidrológicas, Altimetría (e.g., Topex, Envisat, Sentinel, Cryosat) en la medición de los niveles de agua en ríos y lagos, gravimetría por satélite (e.g., [GRACE](#)) para la recuperación del almacenamiento de agua terrestre o [TWS](#), [Interferometric Synthetic Aperture Radar \(InSAR\)](#) para caracterizar las cargas hidrológicas, etc. A continuación será presentada una aplicación de los desplazamientos [GNSS](#) para inferir informaciones hidrológicas.

7.1.1 Desplazamientos GNSS para inferir informaciones hidrológicas

En estos últimos años, el aumento de la cantidad de [CORS](#) en el mundo a sido exponencial, permitiendo el uso de [GNSS](#) no sólo en el contexto de posicionamiento geodésico, sino también en otras disciplinas, como la Hidrología. La relación entre los desplazamientos obtenidos de posicionamiento [GNSS](#) y la cantidad de agua disponible en un sitio está asociada a las cargas (*loading*) y descargas (*un-loading*) provocadas por el agua sobre la corteza terrestre. La fig. 7.1 presenta esta relación, o sea, los meses con abundantes precipitaciones (Invierno/Otoño) se tienen cargas significativas, y por tanto, se observa una subsidencia en los registros [GNSS](#). Por otro lado, en los meses de escasas precipitaciones, o mas bien, meses secos (Verano/Primavera), existe una pérdida de agua (e.g., evaporación), se observa un alzamiento en la estación [GNSS](#). Estas señales son más significativas en aquellas regiones donde las fluctuaciones de las precipitaciones son relevantes durante el año.

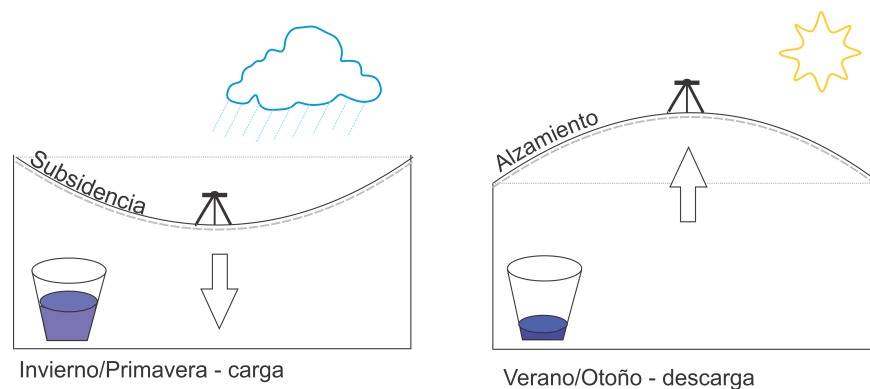


Figura 7.1: Esquema de cargas y descargas de agua y su impacto en la deformación de la corteza terrestre.

Se ha detectado que las series [GNSS](#), en muchos lugares del mundo reflejan una fuerte señal hidrológica, asociada al almacenamiento estacional de agua terrestre o [TWS](#) ([van Dam et al., 2001](#)). Entendido el [TWS](#) como, la suma de la humedad del suelo, las aguas subterráneas, la capa de nieve y los depósitos superficiales (e.g., lagos y ríos), carga la superficie de la Tierra, lo que induce

cambios en su forma. El **TWS** es una cantidad que típicamente los hidrólogos obtenían desde modelos de asimilación, los cuales eran generados con datos de percepción remota, e in-situ. Sin embargo, usualmente estos modelos eran de baja resolución (temporal/espacial) y/o carecían de algunos componentes (e.g., aguas subterráneas). Fue hasta el lanzamiento de la misión **GRACE** cuando comienza a obtenerse un conocimiento sistemático y preciso de las variaciones de **TWS** a nivel global, con una resolución de ~ 350 km. Sin embargo, a pesar que **GRACE** recupera el **TWS**, estas soluciones son deficientes para estudios a niveles mas regionales o locales. En este contexto, hace algunos años, se ha desarrollado una estrategia alternativa, basada en series temporales **GNSS**, principalmente la componente *Up* para recuperar el **TWS** en escalas iguales y mejores a las resultas por **GRACE**. El modelo (directo) físico que relaciona los desplazamientos **GNSS** (Δr) con el **TWS** (o carga hidrológica $\Delta\sigma$) se presenta a continuación:

$$\Delta r(\varphi, \lambda) = R^2 \Delta\varphi \Delta\lambda \sum_i \Delta\sigma_i \cos \varphi_i G(\psi_i) \quad (7.1)$$

Donde R , φ , λ , G , y ψ , son el radio de la Tierra, la latitud geodésica, la longitud geodésica, las funciones de *Green*, y la distancia esférica, respectivamente. Las funciones de *Green* son definidas como:

$$G(\psi) = \frac{R}{M} \sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos \psi) \quad (7.2)$$

Siendo M la masa de la Tierra, h' los números de *Love*, y $P_n(\cos \psi)$ son los términos que representan los polinomios de *Legendre* de grado n en $\cos \psi$.

A partir de la ecuación 7.1, es posible establecer el problema inverso, o sea, determinar la carga hidrológica ($\Delta\sigma$) a partir de los desplazamientos **GNSS** (Δr). Este enfoque es adecuado en situaciones donde existe un gran número de estaciones **GNSS**.

Sin embargo, la ecuación 7.1 representa la forma directa del modelo, o sea, si conocemos la carga hidrológica, podemos obtener los desplazamientos. Al contrario, queremos determinar el **TWS** a partir de los desplazamientos **GNSS**, se debe plantear un modelo inverso. Debido a que usualmente discretizamos la zona de interés en pequeños rectángulos (píxeles), para los cuales es desconocido el **TWS**, se torna un sistema de ecuaciones con mas incógnitas que ecuaciones (n° **TWS** $>$ n° desplazamientos **GNSS**), por lo tanto, indeterminado con infinitas soluciones. Para superar (restringir) este problema, se introduce una regularización al sistema, para obtener una solución única (sistema compatible determinado). En estos casos,

la condición de mínimos cuadrados se extiende con otras restricciones, por ejemplo [Ferreira et al. \(2019\)](#) aplicaron mínimos cuadrados amortiguados (*damped least squares*) como:

$$\min ||\mathbf{Gm} - \mathbf{d}||_2^2 + \alpha^2 ||\mathbf{m}||_2^2 \quad (7.3)$$

donde α es un parámetro de regularización. La minimización se realiza de la forma habitual resolviendo la ecuación normal aumentada, que se reduce a:

$$\mathbf{m}_\alpha = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \alpha^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad (7.4)$$

donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad que caracteriza la regularización de Tikhonov de orden cero.

Debe ser destacado que, antes del uso de los desplazamientos GNSS en la inversión de VCD para TWS, es necesario remover idealmente todos los efectos no relacionados con Hidrología. Algunos de estos efectos son removidos en la etapa de procesamiento de datos GNSS, mientras que otros deben ser removidos desde las series temporales (e.g., efectos asociados a tectónica, sismología, vulcanología, cargas no-mareales de oceano y atmósfera, entro otros.).

Un experimento para la estimación de soluciones temporales de TWS a partir de desplazamientos verticales de la corteza (en inglés, Vertical Crustal Deformation-VCD) obtenidos de GPS en América del Sur es presentado en ([Ferreira et al., 2019](#)). En esta investigación los autores destacan la resolución espacial $\approx 1^\circ$ y temporal (diaria) alcanzada con GPS, como también la alta consistencia con las soluciones de GRACE. La fig. 7.2, presenta un mapa de TWS desde GPS y GRACE para el 12 de febrero de 2017.

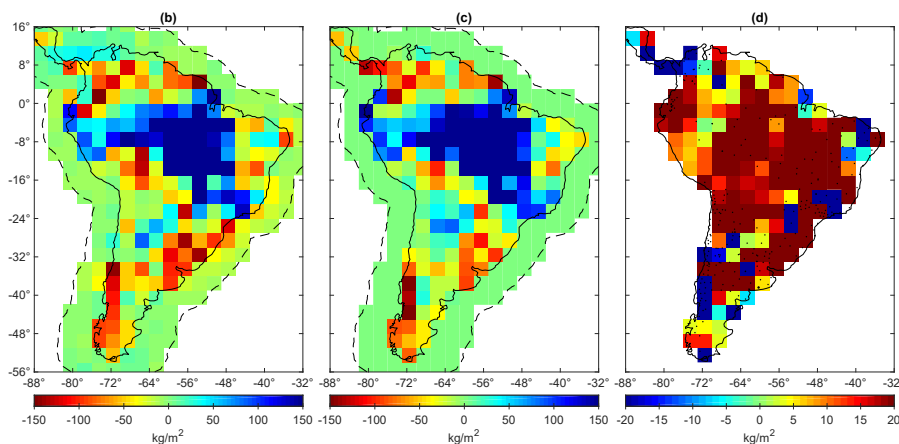


Figura 7.2: Mapa de TWS sobre América del Sur basado en GPS (b), y el modelo hidrológico GLDAS-Noah (c), (d) Residuales como las diferencias entre TWS-GPS y TWS-GLDAS-Noah.

Por otro lado, se ha observado deformaciones de la corteza terrestre con base en series temporales GNSS en varios lagos

naturales/artificiales y cuencas hidrográficas, como consecuencia de las variaciones de los niveles de agua. Ferreira et al. (2020) estudiaron el impacto de las sequías en el embalse Sobradinho (Brasil) en los años 2012 a 2015, periodo en que volumen de agua utilizable se redujo de aproximadamente 83 % (o 23.8 km^3) equivale aproximadamente a la eliminación de una carga de disco con un radio de 36.6 km y una altura de 5.6 m. La fig. 7.3 muestra el VCD en respuesta elástica debido a la eliminación de esta carga de disco (suponiendo que la densidad del agua es de 1000 kg/m^3). Aunque otras fuerzas internas y externas actúan simultáneamente con la descarga, la Fig. 7.3 ilustra el efecto localizado de la sequía en la forma de la Tierra. Dado que la estación GPS PEPE está aproximadamente a 43.3 km al este del embalse de Sobradinho, se puede ver en la fig. 7.3 que desde el centro del disco (o 6.7 km desde su borde), un valor cercano a 11 mm en elevación podría ser esperable.

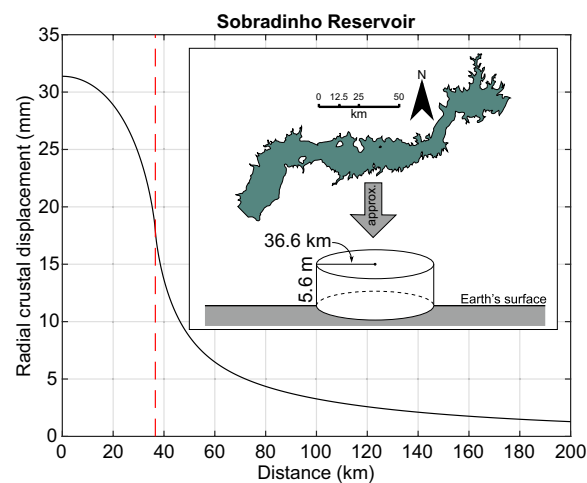


Figura 7.3: El VCD en respuesta elástica a la eliminación de una carga de disco uniforme con 5,6 m de altura y 36,6 km de radio, lo que equivale al volumen de reducción de agua entre 2012 y 2015. La línea discontinua roja representa el borde del disco en 36.6 km del centro del disco. Tomado de Ferreira et al. (2020)

Otra aplicación de VCD obtenidos de GNSS en Hidrología es el estudio desarrollado por Ferreira et al. (2018), donde los autores utilizaron VCD obtenidos de 39 estaciones GPS para caracterizar una sequía entre 2012 y 2015 en Brasil. La fig. 7.4 presenta la alta anti-correlación que existe entre los VCD obtenidos de GPS y el TWS obtenidos desde soluciones de GRACE. O sea, se observa que, cuando aumenta la cantidad de agua almacenada en la superficie terrestre (primeros 5 km), las estaciones GPS sufren una subsdencia, y vice-versa. A partir de estos resultados los autores infirieron la disminución de agua en la región (desde la estación BRAZ hacia abajo) y más acentuada entre los años 2014-2015.

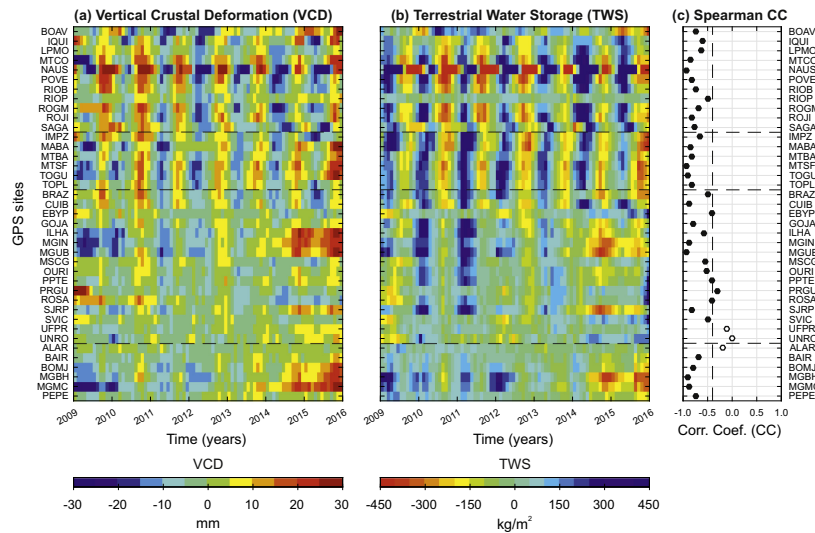


Figura 7-4: (a) Serie temporal de VCD observadas por GPS (b) Serie temporal de TWS derivadas de GRACE. (c) El coeficiente de correlación de Spearman entre el VCD y el TWS.

7.2 GNSS en Sismología

En la última década, se ha observado una gama de aplicaciones de la Geodesia en estudios de la deformación de la corteza, en amenaza sísmica, y procesos asociados al ciclo sísmico. Esto en su conjunto ha sido por muchos autores llamado *Geodesia Sismológica*, y para estas aplicaciones apoyadas particularmente por GNSS, se le ha denominado *GNSS seismology*. El GNSS desempeña un papel crucial en la sismología al proporcionar datos precisos y continuos para diversas aplicaciones. Entre las principales aplicaciones de GNSS en sismología, se tiene:

- Estudio de Fallas y Tectónica
Los datos GNSS ayudan a los investigadores a estudiar fallas activas y los límites de las placas tectónicas, proporcionando información sobre sus tasas de desplazamiento, deformación inter-sísmica y peligros sísmicos potenciales.
- Monitoreo de Terremotos en Tiempo Real
Los receptores GNSS pueden medir con precisión los desplazamientos de la corteza terrestre durante un evento sísmico. Al monitorear los movimientos de las estaciones GNSS, los sismólogos pueden evaluar rápidamente el tamaño y la ubicación de un terremoto, lo que ayuda en los sistemas de alerta temprana y la planificación de respuesta a emergencias. Un ejemplo de esta aplicación se está desarrollando en Chile, donde ocurren grandes terremotos y tsunamis, y se cuenta con un significativo número de estaciones GNSS para proporcionar alertas e información sobre estos eventos. El Centro Sismológico

Nacional (CSN) de la Universidad de Chile puede recopilar y analizar datos GNSS en segundos para emitir alertas tempranas sobre terremotos y tsunamis a nivel local e internacional (Báez et al., 2018).

- Estudios de Deformación Post-Terremoto

Después de un terremoto, los datos GNSS se utilizan para estudiar la deformación post-sísmica de la corteza terrestre. Esto ayuda a comprender los patrones de réplicas, las distribuciones de deslizamiento de fallas y el comportamiento general de la fuente del terremoto. Por ejemplo, Liu et al. (2022) utilizaron posicionamiento GPS cinemático para analizar la deformación de la superficie que ocurrió durante los primeros 3 días inmediatamente después del terremoto de Illapel de M_w 8.3 de 2015 en Chile. Ellos encontraron que, los desplazamientos en la estación PFRJ alcanzaron los 2–3 cm durante las primeras 2 h y aumentaron a 6.1 cm después de 12 h desde el origen del evento.

- Estudios de fase precursora de Terremotos

En torno al año 2000, el uso de GNSS en Sismología se masifica principalmente en el estudio de detección de terremotos lentos (e.g., Dragert et al. (2001)). Las series temporales GNSS pueden proporcionar información valiosa sobre la deformación pre-sísmica y *foreshocks*. Al analizar los sutiles movimientos del suelo, los investigadores buscan identificar posibles precursores de terremotos.

Ruiz et al. (2017) observaron un movimiento lento precediendo al terremoto de Valparaíso de 2017 M_w 6.9, en donde las estaciones GPS fueron desplazadas hacia la trinchera en las estaciones costeras. Además, se registró una intensa sismicidad antes del sismo principal. Los autores señalan que, este terremoto podría ser una fase de nucleación previo a una ruptura mayor, dentro de la zona altamente acoplada de Chile Central donde se espera un megaterremoto como el de 1730.

- Evaluación de Peligros Sísmicos

La combinación de datos GNSS, geológicos y sismológicos, permiten mejorar las evaluaciones de peligros sísmicos, lo que conduce a mapas de riesgos de terremotos más precisos y una planificación urbana más segura.

Las tasas de deformación son un factor clave en los análisis de riesgo sísmico, en este contexto, Ozener et al. (2009) proponen un sistema para generar mapas de deformación utilizando datos de estaciones GPS continuas para el análisis de riesgo

sísmico en Turquía. Este sistema tendría el potencial de responder muchas preguntas importantes para evaluar los peligros sísmicos, como cuánto estiramiento, aplastamiento y corte se está produciendo en diferentes partes de Turquía y cómo cambian las velocidades de un lugar a otro.

- Monitoreo de Actividad Volcánica

El GNSS se utiliza para monitorear la deformación del suelo cerca de los volcanes. Los datos ayudan a detectar la inflación o deflación de los edificios volcánicos, lo que indica el movimiento de magma y las posibles erupciones volcánicas. Por ejemplo Le Mével et al. (2021), estudiaron el complejo Laguna del Maule, el cual había estado mostrando disturbios desde 2005. A partir de datos GPS e InSAR estos investigadores pudieron observar un segundo episodio de deformación acelerada que comenzó a fines de 2016 y continuó hasta mayo de 2020, con una tasa de elevación > 290 mm/año entre 2019 y 2020. Los autores concluyeron que los dos episodios de alzamiento acelerado se modelan cada uno con una tasa de aumento de presión de ~ 9 MPa/año, y que desde el 2016, se inyectaron 0.10 km^3 de magma al sistema para un total de 0.37 km^3 desde 2005.

- Sistemas de Alerta de Tsunamis

Combinado con otros sistemas de monitoreo en tiempo real, el GNSS puede contribuir a sistemas de alerta temprana de tsunamis.

Sobolev et al. (2007) propusieron una metodología alternativa para predicción de tsunamis, respondiendo dentro de los 10 minutos posteriores a un terremoto mediante la incorporación de arreglos GPS de campo cercano. Estos arreglos pueden medir ambos desplazamientos, vertical y horizontal, y pueden resolver más características de la distribución de deslizamiento en la falla, mas allá que tan sólo el momento sísmico, si se sitúa sobre la zona de ruptura o a menos de 100 km de distancia de la zona de ruptura.

- Entre otros.

En general, el uso del GNSS en sismología ha revolucionado nuestra capacidad para monitorear y comprender terremotos, procesos tectónicos y sus posibles impactos en la sociedad, lo que contribuye a una mejor preparación y estrategias de mitigación de desastres.

En los últimos años, las soluciones precisas GNSS vienen siendo utilizadas masivamente por sismólogos, siendo estas un insumo

fundamental para comprender mejor la mecánica de los terremotos, y permitir la estimación de parámetros asociados al acoplamiento inter-sísmico, co-sísmico, y post-sísmico, entre otros. En este contexto, será presentado brevemente una metodología típicamente utilizada para la estimación del deslizamiento en una falla a partir de los desplazamientos registrados en la superficie por GNSS.

Para la modelación de la geometría de una falla, es común partir de un modelo de placa. La fig. 7.5, ilustra la situación, donde la orientación de la geometría de la falla es descrita de modo que el eje X_1 esté en la dirección del rumbo, X_2 sea perpendicular a éste, y X_3 perpendicular a los otros 2 en la dirección del manteo o dip.

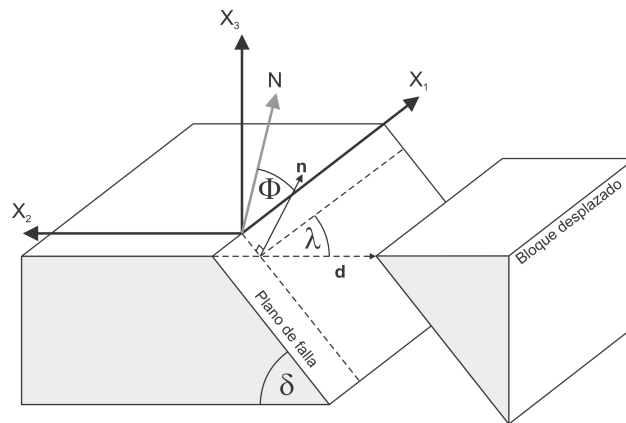


Figura 7.5: Plano de falla con sus parámetros geométricos

Los elementos que definen la geometría de la falla son los siguientes:

- $\mathbf{n}$, vector normal al plano de falla.
- $\mathbf{d}$, vector de deslizamiento o slip del bloque superior con respecto al bloque inferior.
- Φ rumbo o strike de la falla ($0-360^\circ$), es el ángulo entre el norte y la traza de la falla.
- δ , manteo, dip o ángulo de inclinación de la falla ($0-90^\circ$).
- λ , rake o ángulo de deslizamiento del bloque superior respecto al bloque inferior, se encuentra en el plano de falla entre el rumbo y $\hat{d}$ ($0-360^\circ$)

Para describir el desplazamiento y la deformación de la superficie terrestre causados por fuentes sísmicas en un medio elástico, es utilizada generalmente la solución de Okada (Okada, 1985). Esta formulación describe el desplazamiento en superficie obtenido cuando ocurre un movimiento en profundidad debido a una dislocación elástica, asumiendo que la falla se disloca en un

semi-espacio elástico homogéneo, tanto para una fuente puntual como para un plano finito rectangular, considerando así la ruptura de un área producto de un terremoto o de una falla en particular. En la formulación de *Okada*, se hacen ciertas suposiciones, y se aplican algunas condiciones sobre las placas y el medio elástico en el cual se produce el movimiento debido a una fuente sísmica. Estas son las principales condiciones:

1. Medio elástico: Se asume que la corteza terrestre es un medio elástico, lo que significa que puede deformarse elásticamente bajo la influencia de fuerzas tectónicas. La elasticidad implica que la deformación de la corteza es reversible y que volverá a su forma original una vez que se eliminan las fuerzas que causaron la deformación.
2. Placas rígidas: Se considera que las placas tectónicas son rígidas en su extensión lateral y no se deforman significativamente en comparación con las deformaciones dentro de las zonas de falla activa. Esta es una aproximación válida para modelar la deformación en la escala de los terremotos, ya que las placas tectónicas son mucho más grandes que las zonas de falla individuales.
3. Fuentes sísmicas: Se supone que las fuentes sísmicas son distribuciones de deslizamiento sobre superficies planas en la corteza terrestre, conocidas como fallas. La forma y el tamaño de estas fuentes se describen mediante parámetros específicos, como la longitud, el ancho, la profundidad y el deslizamiento total.
4. Condición de tracción nula: En la formulación de *Okada*, se asume que la condición de tracción (fuerzas aplicadas por unidad de área) en la superficie libre (superficie no confinada) de la corteza es nula. Esto significa que no hay fuerzas externas aplicadas en la superficie libre, como fuerzas de fricción o tracciones de otras placas.
5. Deformación infinitesimal: La solución de *Okada* se basa en un enfoque lineal, lo que implica que las deformaciones resultantes son pequeñas y se supone que no causan deformaciones significativas en las propias fuentes sísmicas.

La solución de *Okada* permite relacionar las mediciones geodésicas, como los desplazamientos horizontales y verticales observados en la superficie terrestre, con la geometría de la fuente sísmica que causó esos desplazamientos. Como es costumbre en Geodesia/Geofísica, los fenómenos o situaciones físicas y/o

geométricas son descritas por algún modelo que relacione las observaciones con los parámetros de interés. Lo que en primera instancia resultará en un modelo directo. Para el caso de *Okada*, evitando demostraciones y en términos simbólicos, sería:

$$U(x, y, z) = f_{Okada}(x, y, z, W, L, \delta, \lambda, \Phi) \cdot S(S_1, S_2) \quad (7.5)$$

En que $U(x, y, z)$ representa el campo de desplazamiento producto de una dislocación con un vector de deslizamiento $S(S_1, S_2)$ con un ángulo de deslizamiento λ , una geometría de falla de largo L , ancho W , y un ángulo de manteo δ a una profundidad $z = -d$.

o en forma matricial,

$$\mathbf{d} = \mathbf{Gm} \quad (7.6)$$

Donde $\mathbf{d}$ es el vector de las observaciones, $\mathbf{G}$ la matriz de diseño (similar a la matriz $\mathbf{A}$ usada en Ajuste de observaciones geodésicas), en que las columnas contienen las funciones de *Green* elásticas, las que relacionan una dislocación unitaria en los elementos discretizados de la falla con los desplazamientos en superficie, y $\mathbf{m}$ es el vector con los valores de la amplitud de la dislocación en cada subfalla del problema discretizado.

En la ecuación anterior, se asumen conocidos los parámetros, y por lo tanto, con esta expresión se podrían calcular los desplazamientos en cualquier punto. Sin embargo, en la práctica, justamente son los propios parámetros los desconocidos (particularmente los valores de dislocación, $\mathbf{m}$), pero, son conocidos los desplazamientos GNSS observados en la superficie. Este último problema plantea un sistema de ecuaciones con una mayor cantidad de incógnitas que ecuaciones, o sea, un sistema indeterminado con infinitas soluciones. Para resolver este problema inverso, no es suficiente introducir la condición de mínimos cuadrados ($\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} \sim \min$), sino que, también debe introducirse otra(s) condición(es), como por ejemplo, minimizar la tasa de deslizamientos, suavizar los desplazamientos, etc. Lo que en términos más formales sería:

$$\varphi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{Gm} - \mathbf{d}\| + \lambda \|\mathbf{Fm}\| \quad (7.7)$$

Donde el término de la derecha de la ecuación anterior simboliza la condición de mínimos cuadrados, y el segundo término el error de la información a priori (Regularización). Para un estudio mas profundo de la teoría de problemas inversos, se recomienda revisar [Tarantola \(2005\)](#).

Al invertir datos geodésicos usando la solución de *Okada*, los sismólogos pueden inferir características clave de la fuente del terremoto, como su tamaño, forma, orientación y desplazamiento

total. Estos parámetros son esenciales para comprender el proceso sísmico, caracterizar las fallas y evaluar el riesgo sísmico en una región determinada.

En la literatura se puede encontrar una densa cantidad de estudios asociados a la inversión de datos GNSS para caracterizar los respectivos eventos sísmicos. Dada la magnitud $M_w 8,8$, del terremoto del Maule, este representa un excelente ejemplo para indicar los hallazgos obtenidos desde datos GNSS. Vigny et al. (2011) usaron un arreglo de estaciones GPS en Chile Central para inferir la deformación estática y la cinemática del megaterremoto del Maule de 2010. Los autores usaron soluciones GPS diarias, como también soluciones cada 1 segundo, pudiendo inferir la trayectoria de las estaciones después del salto co-sísmico en un corto periodo (180 seg.) ver fig. 7.6.

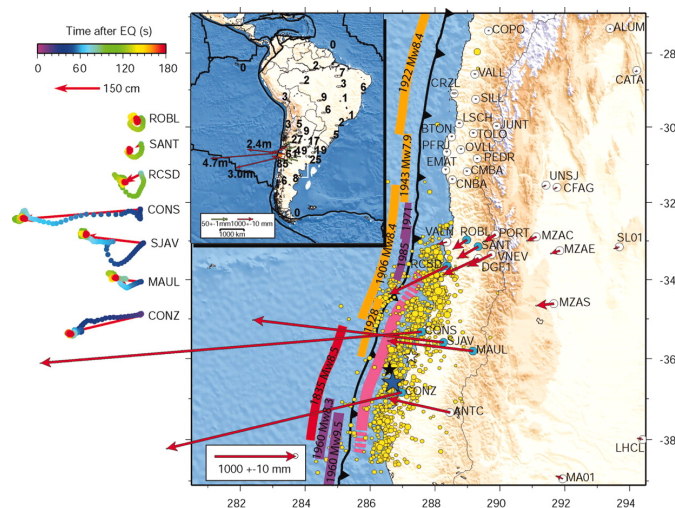


Figura 7.6: Campo de desplazamiento estático cosísmico derivado de estaciones GPS. Tomado de Vigny et al. (2011)

Además, con los desplazamientos derivados de GPS usado en el modelado elástico, los autores pudieron determinar una longitud de ruptura total de ~ 500 km donde el deslizamiento (hasta 15 metros) se concentró en dos asperezas principales situadas a ambos lados del epicentro (ver fig. 7.7).

7.3 GNSS en Meteorología

El uso potencial del GPS/GNSS como sensor atmosférico quedó demostrado durante la década de los 90s del Siglo XX a partir de los trabajos iniciales de Tralli and Lichten (1990) y Bevis et al. (1992). Desde entonces, el desarrollo de los procedimientos de análisis ha evolucionado de tal forma, que hoy día es considerada como técnica complementaria de la Meteorología y otras Ciencias de la Atmosfera,

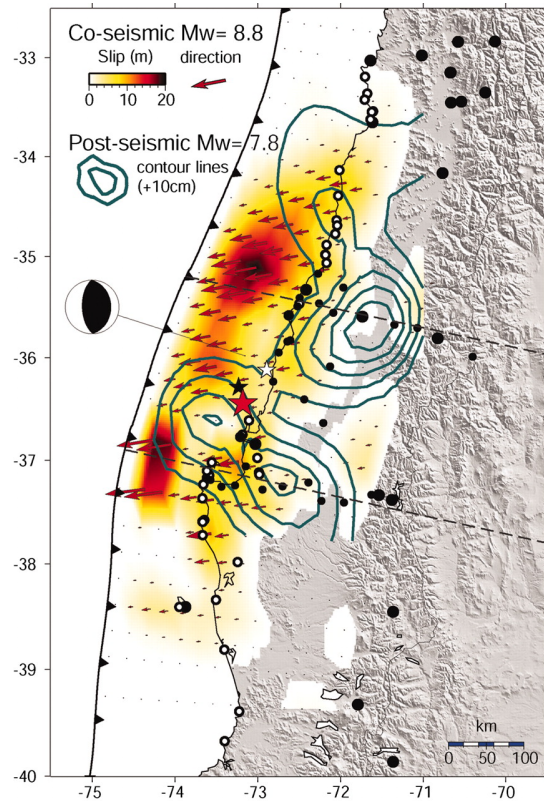


Figura 7-7: Modelos de fuentes cosísmicas y de deslizamiento posterior al salto co-sísmico. Tomado de Vigny et al. (2011)

contribuyendo así con el estudio y modelado de los diversos y complejos procesos que tienen lugar en la atmósfera terrestre desde la troposfera hasta la ionosfera.

Para el caso particular de la Meteorología, las observaciones GPS/GNSS permiten recuperar la cantidad de vapor de agua presente en la atmósfera baja, expresada en términos de Vapor de Agua Integrado (IWV, dado en kg/m^2), es decir, la masa de agua gaseosa contenida por unidad de área, o bien, como Vapor de Agua Precipitable (PWV, dado en mm), definido como la altura de la columna de agua equivalente. Se asume que dicha columna se extiende desde el sitio de medición hasta los 15 km y que el vapor de agua se concentra principalmente en los primeros tres kilómetros. En comparación con los procedimientos de observación/estimación convencional de la Meteorología, basados en el uso de sensores in situ como por ejemplo los radiómetros, el lanzamiento de radiosondas, o datos captados desde plataformas de percepción remota satelital, el GNSS supera distintas limitaciones que cada uno de ellos exhibe, resaltando la amplia resolución espacial y temporal de las observaciones, su bajo costo relativo y la posibilidad de ofrecer resultados en tiempo real cercano, sumado a la alta calidad (representatividad) de las determinaciones.

Al respecto, gracias al establecimiento de redes GNSS de operación continua y el procesamiento rutinario de los datos registrados por el conjunto de estaciones que las integran, la estimación de productos troposféricos contribuye de manera directa con la actualización de los modelos numéricos para la predicción de clima, siendo insumos de entrada en la asimilación de datos (i.e. combinación de datos heterogéneos recolectados a distintos intervalos y épocas de muestreo, y en locaciones diferentes, para la descripción consistente y unificada de un sistema físico tal como el estado de la atmósfera; AMS, 2013). Del mismo modo, con el reprocesamiento de datos históricos GNSS bajo los estándares actuales de estimación geodésica, la comunidad científica cuenta con una fuente de información complementaria para la trazabilidad de procesos meteorológicos y climáticos, desde la caracterización de los regímenes estacionales de sequía o lluvia sobre determinadas regiones, hasta la ocurrencia de eventos meteorológicos extremos.

Por estas razones, y sus implicaciones, el GNSS integra el grupo de técnicas de observación meteorológica de acuerdo a la Organización Meteorológica Mundial (WMO, <https://public.wmo.int>) en el marco del Global Climate Observing System (GCOS; <https://gcos.wmo.int>). Desde la perspectiva de la Geodesia como una disciplina de servicios, la IAG promueve activamente, iniciativas destinadas a profundizar la comprensión de los alcances y limitaciones de las observaciones geodésicas en el análisis de la atmosfera terrestre, prestando gran interés a la cuantificación espacio-temporal del vapor de agua, pues se trata de una especie química vital en todo proceso termodinámico de la atmosfera baja, además de ser un gas de efecto invernadero. A este se le considera como una variable climática esencial. Se recomienda visitar el sitio <http://iccc.iag-aig.org> para mayores detalles.

7.3.1 Variable de interés en la Meteorología GNSS

La atmosfera terrestre es el medio de propagación de la señal electromagnética empleada por las diferentes técnicas de adquisición geodésica; las condiciones de propagación son dependientes de la compleja dinámica y composición físico-química de dicho constituyente del Sistema Tierra. En los procedimientos de observación y estimación geodésica, los efectos causados por la parte ionizada y neutra de la atmosfera son perjudiciales, ocasionados por la refracción de la señal, tal que son tratados como una fuente error (ruido) a ser cuantificada y reducida. Sin embargo, en aplicaciones meteorológicas y climáticas de las técnicas geodésicas, la refracción de la señal es precisamente lo que busca ser determinado y

analizado.

Considerando el caso del GNSS, su uso como sensor en la atmosfera baja es implícito al proceso observacional, es decir, basta con un receptor instalado en alguna locación, recibiendo la señal emitida desde los satélites de la constelación, preferiblemente durante largos periodos (años, décadas); por otro lado, debe implementarse una metodología apropiada para la estimación de los parámetros de interés

La refracción de la señal GNSS en la atmosfera baja (troposfera y estratosfera), se produce durante los primeros 50 km de altura desde la superficie terrestre, ante los cambios en las propiedades del medio de propagación; por un lado, la señal interactúa con gases neutros como el O₂, N₂, Ar, y por otro, con el agua en fase gaseosa cuya concentración es variable. Todos los componentes de la señal GNSS sufren curvatura en su trayectoria y retardos en el tiempo de arribo al receptor. Es la composición de la atmosfera baja quien define los rasgos de la refracción a ser estimada, tratándose entonces con aquella debida a la influencia de la parte hidrostática (conformada por gases neutros), y no-hidrostática (donde se concentra el agua gaseosa) de la troposfera.

Ambos tipos de estimación GNSS (relativa y absoluta) permiten la determinación de los parámetros que representan la refracción. Para poder evaluarlas, se recurre a una magnitud conocida como refractividad N , dependiente de la presión, humedad y temperatura atmosférica, que se relaciona con el índice de refracción n como se indica en la ecuación 7.8 debiendo ser tratadas de forma separada según la presencia de gases neutros y del vapor de agua, teniéndose entonces una refractividad hidrostática (N_H) y una refractividad no-hidrostática (N_{NH}).

$$N = 10^{-6}(n - 1) = N_H + N_{NH} \quad (7.8)$$

Como parte de las estrategias de cálculo GNSS, el retardo logra ser determinado al cuantificar la refractividad de la señal a lo largo de su trayectoria, y para ello, la dirección del zenit es tomada como referencia, tal que se tendrá un retardo zenital total (ZTD) compuesto por un retardo zenital hidrostático (ZHD) y un retardo zenital no-

hidrostático (ZWD):

$$ZTD = ZHD + ZWD \quad (7.9)$$

$$\begin{aligned} ZHD &= 10^{-6} \int N_H dh \\ &= 10^{-6} k_1 \int \frac{p_d}{T} Z_d^{-1} dh \end{aligned} \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} ZWD &= 10^{-6} \int N_{NH} dh \\ &= 10^{-6} k_2 \int \frac{p_{wv}}{T} Z_{wv}^{-1} dh + 10^{-6} k_3 \int \frac{p_{wv}}{T^2} Z_{wv}^{-1} dh \end{aligned} \quad (7.11)$$

expresiones en que p_d y Z_d son la presión parcial y factor de compresibilidad del aire seco, p_{wv} y Z_{wv} son la presión parcial y el factor de compresibilidad del vapor de agua, k_1 , k_2 y k_3 son las constantes de refractividad atmosférica, y T la temperatura.

El cálculo de la componente hidrostática del retardo en el zenit requiere pues, conocer la refractividad a lo largo de la altura efectiva donde se encuentran confinados los gases neutros (11 km aprox.), una solución cerrada de la integral es poco factible para señales provenientes de satélites artificiales. Sin embargo, considerando que en esta región los gases neutros confinados se comportan como un gas ideal que se encuentra en equilibrio hidrostático (i.e. la fuerza del gradiente vertical de presión en dirección opuesta a la gravedad y esta última, están exactamente balanceadas), [Saastamoinen \(1972\)](#) propuso una solución alternativa en la que solo se necesita la presión atmosférica para determinar el ZHD . Esta expresión es reconocida y recomendada por el IERS como la estándar para el análisis de observaciones geodésicas satelitales:

$$ZHD = \frac{(0,0022768 \pm 0,00000005) p_0}{1 - 0,00266 \cos 2\varphi - 0,00000028h} \quad (7.12)$$

Además de la presión atmosférica p_0 del sitio de observación dada en hPa, debe considerarse el efecto de la gravedad, que es representado por el denominador de la expresión, siendo φ la latitud y h la altura (elipsoidal u ortométrica) de la estación ([Petit and Luzum, 2010](#)). El ZHD puede estimarse con una precisión de ± 1 mm si la presión cuenta con una incertidumbre de ± 0.4 h Pa ([Torge et al., 2023](#)), siendo factible extraer este parámetro de modernos NWM.

De forma análoga a lo expuesto sobre ZHD , al conocer la refractividad no-hidrostática a lo largo de la trayectoria seguida por la señal, se lograría determinar el ZWD . La integración implica mayor dificultad pues no se tiene certeza sobre variación en la distribución del vapor de agua en la atmosfera neutra para un instante y lugar determinado. Diversas investigaciones sustentadas

en datos meteorológicos registrados a nivel de la superficie y con radiosondas, han brindado relaciones matemáticas que buscan superar las limitaciones de la integración numérica, sin embargo, no logran satisfacer las demandas propias de la estimación geodésica satelital. Por tal razón, en el análisis de observaciones GNSS se procede a modelar en dirección al zenit, la contribución hidrostática de acuerdo a la ecuación 7.12, y a estimar la no-hidrostática dentro del mismo proceso de ajuste realizado para la determinación de las incógnitas a resolver (Dach et al., 2015), idea que se extiende a otras técnicas geométricas de la Geodesia Satelital. Es el ZWD la variable fundamental para el desarrollo de toda aplicación práctica del GNSS en la Meteorología y Climatología.

Para evaluar el retardo de la señal GNSS en cualquier dirección distinta a la zenital, es decir, para obtener el retardo total inclinado (STD), se recurre a la siguiente expresión:

$$STD = ZHDMf_H + ZWDMf_{NH} + (G_N \cos Az + G_E \sin Az)m f_G \quad (7.13)$$

en la cual, $m f_H$ y $m f_{NH}$ son las funciones de mapeo para el retardo zenital hidrostático y no-hidrostático respectivamente. Debido a que el efecto de la asimetría horizontal de la atmósfera, apreciable ante condiciones climáticas y meteorológicas locales o regionales, ejerce su influencia sobre el retardo a cierta elevación, deben incluirse los gradientes horizontales en Norte y Este (G_N y G_E) y el azimut (Az) desde el cual se recibe la señal, proyectados con una función de mapeo $m f_G$.

Una determinación confiable del retardo troposférico está sujeta al modelado matemático presentado, pero también a la disponibilidad de observaciones GNSS de alta precisión y la adopción de estrategias de procesamiento riguroso. Tal como ha sido indicado previamente, el ZTD y sus componentes, es obtenido durante un mismo proceso de estimación (relativa o PPP) con el que se calculan coordenadas geodésicas, trayendo ventajas para la comunidad científica interesada en estos productos al estar establecidos centros de análisis GNSS como los asociados al IGS, SIRGAS, EUREF, entre otros. En cuanto a la estrategia de estimación, son múltiples los trabajos que al respecto, buscan establecer la conveniencia del cálculo relativo (dobles-diferencias) o del PPP; es importante considerar que entre las ventajas de este último, destaca la inexistencia de influencias provenientes de otros sitios de observación que pudieran perjudicar las determinaciones del retardo, pues no hay correlaciones derivadas del procesamiento de líneas-base, en este sentido, el PPP puede dar paso a productos troposféricos altamente sensibles. Con los cuidados del caso, las dos estrategias de cálculo GNSS ofrecen resultados

consistentes.

En la fig. 7.8 se muestra el retardo troposférico estimado para la estación UDECooCHL, mediante la implementación del PPP con el Bernese GNSS Software v5.2, considerando un año de datos.

Con el PPP los tiempos de cómputo se ven optimizados, siendo una ventaja atractiva al momento de efectuar análisis multitemporales sobre uno ó más sitios de observación para la detección y modelado de patrones estacionales; la fig. 7.9 corresponde a la serie temporal del ZWD para tres años consecutivos, propios de dos sitios de observación GNSS separados 300 km aproximadamente, notándose similitudes estacionales en la acumulación de vapor de agua acordes con los patrones climáticos de la región.

Resultados para una ventana temporal más extensa pueden ser obtenidos al contar con los recursos apropiados a nivel de hardware y software, como ejemplo, la fig. 7.10 muestra la serie para 15 años de observaciones GPS/GNSS.

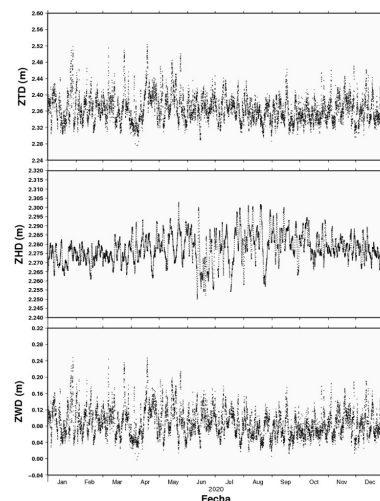


Figura 7.8: Retardo zenital troposférico para la estación UDECooCHL, año 2020, estimado mediante PPP

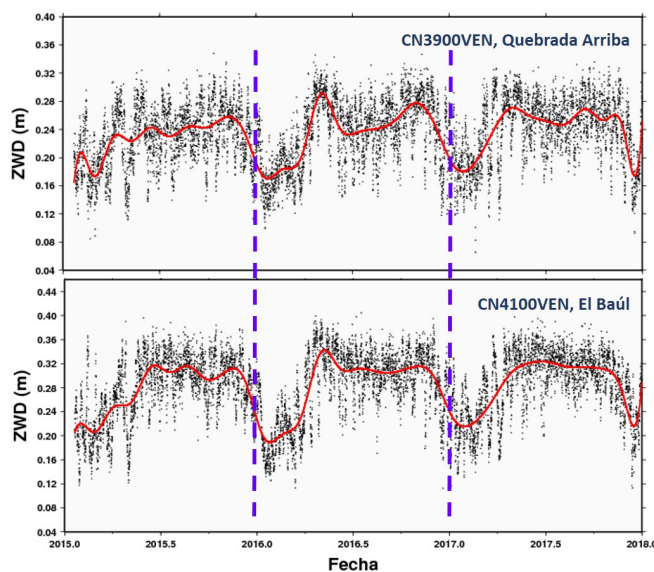


Figura 7.9: ZWD para las estaciones CN3900VEN (sup.) y CN4100VEN (inf.). Tomado de Cioce (2019)

7.3.2 Conversión del retardo no-hidrostatístico a vapor de agua integrado

La relación entre el retardo zenital no-hidrostatístico (ZWD) como variable básica para la Meteorología GNSS, con el vapor de agua troposférico en términos del IWV, es mostrada en la fig. 7.11; se trata de una proporcionalidad que queda establecida a través de la siguiente expresión (Bevis et al., 1992):

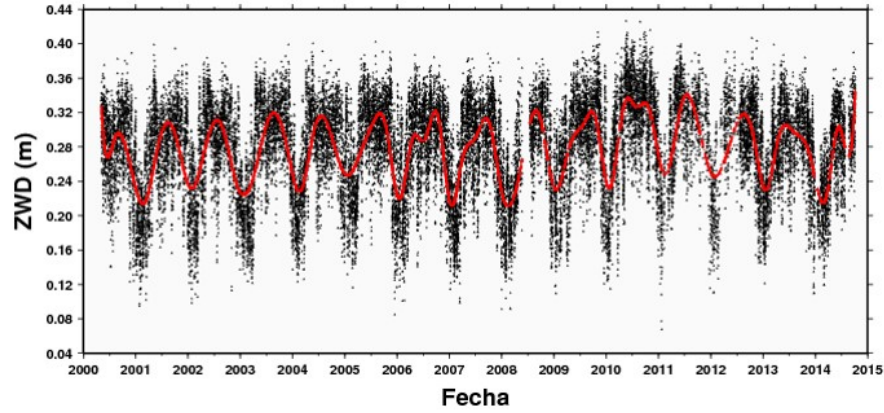


Figura 7.10: ZWD para la estación MARAooVEN, periodo 2000-2015. Tomado de Cioce (2019)

$$IWV = \Pi \cdot ZWD \quad (7.14)$$

El IWV es calculado al aplicar un factor de conversión Π , cuya estructura matemática viene dada por,

$$\Pi = 10^{-6} \rho_w R_w \left(k'_2 + \frac{k_3}{T_m} \right) \quad (7.15)$$

donde ρ_w es la densidad del agua, R_w es la constante específica de los gases para el vapor de agua, y k'_2 y k_3 son las constantes de refractividad atmosférica.

Además, se necesita conocer la temperatura media de la atmósfera T_m , cuya variabilidad puede estar en función de la latitud, estación del año, condiciones hidrostáticas de la troposfera y otros, y por tal razón han sido determinados experimentalmente en diversas partes del mundo con el fin de ofrecer representaciones adecuadas para un lugar específico. Una aproximación confiable a nivel global viene dada por,

$$T_m = 70,2 + 0,72 \cdot T_s \quad (7.16)$$

en que T_s es la temperatura en el sitio de observación.

Tal como puede inferirse, el IWV queda referido a la dirección zenital sobre la estación de observación GNSS, en condiciones meteorológicas estables, el contenido de vapor de agua presenta una alta correlación regional sobre distancias horizontales de hasta 50 km aproximadamente, en este sentido, una buena representación del estado atmosférico pudiera verse beneficiada con redes de operación continua cuyas estaciones se encuentren separadas entre los 30 a 50 km.

Aunque el formulismo mostrado es asumido como estándar por parte de la comunidad científica, al estar bien sustentado la

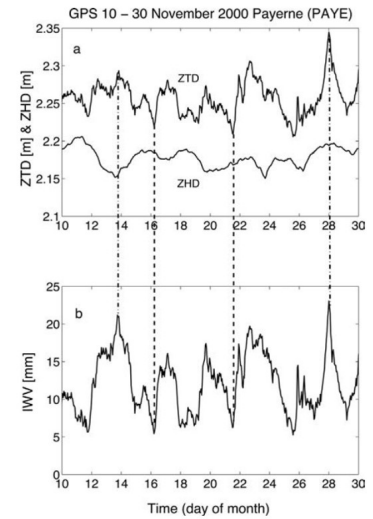


Figura 7.11: Relación entre el ZWD e IWV. Tomado de Gueroa and Simeonov (2021)

deducción del mismo, conviene destacar el desarrollo de modelos matemáticos de mayor refinamiento, o bien, adaptados a zonas geográficas con condiciones climáticas particulares, basados en la incorporación de datos externos a las observaciones GNSS, esto atendiendo a necesidades propias desde el punto de vista meteorológico y climático.

Bibliografía

- Abd-Elazeem, M., Farah, A., and Farrag, F. (2011). Assessment Study of Using Online (CSRS) GPS-PPP Service for Mapping Applications in Egypt. *Journal of Geodetic Science*.
- Altamimi, Z., Collilieux, X., Legrand, J., Garayt, B., and Boucher, C. (2007). Itrf2005: A new release of the international terrestrial reference frame based on time series of station positions and earth orientation parameters. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 112(B9):n/a–n/a.
- Altamimi, Z., Rebischung, P., Collilieux, X., Métivier, L., and Chanard, K. (2023). Itrf2020: an augmented reference frame refining the modeling of nonlinear station motions. *Journal of Geodesy*, 97(47).
- Altamimi, Z., Rebischung, P., Métivier, L., and Collilieux, X. (2016). Itrf2014: A new release of the international terrestrial reference frame modeling nonlinear station motions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*.
- Alves-Costa, S., Sánchez, L., Piñón, D., Tarrío-Mosquera, J., Guaimaraes, G., Gómez, D., Drewes, H., Mackern, M., Antokoletz, E., de Matos, A., Blitzkow, D., and da Silva, A. (2022). Status of the sirgas reference frame: recent developments and new challenges. In *IAG International Symposium on Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG 2022)*, Thessaloniki, Grecia.
- Amos, M., Heck, B., Kersley, B., Schone, T., Sanchez, L., and Drewes, H. (2007). Conventions for the Definition and Realization of a Conventional Vertical Reference System (CVRS). Technical report, IAG, Inter-Commission Project ICP1.2, Vertical Reference Frames.
- Angermann, D., Seitz, M., and Drewes, H. (2013). *Sciences of Geodesy - II: Innovations and Future Developments*, chapter Global Terrestrial Reference Systems and Their Realizations. Springer Berlin Heidelberg.

- Báez, J. C., Leyton, F., Troncoso, C., Del Campo, F., Bevis, M., Vigny, C., Moreno, M., Simons, M., Kendrick, E., Parra, H., and Blume, F. (2018). The Chilean GNSS network: Current status and progress toward early warning applications. *Seismological Research Letters*.
- Berber, M., Ustun, A., and Yetkin, M. (2014). Rapid static GNSS data processing using online services. *Journal of Geodetic Science*.
- Beutler, G. (2005). *Methods of Celestial Mechanics*, volume 1 y 2. Springer.
- Bevis, M. and Brown, A. (2014). Trajectory models and reference frames for crustal motion geodesy. *Journal of Geodesy*.
- Bevis, M., Businger, S., Herring, T. A., Rocken, C., Anthes, R. A., and Ware, R. H. (1992). GPS meteorology: remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system. *Journal of Geophysical Research*.
- Bisnath, S. (2020). *Relative Positioning and Real-Time Kinematic (RTK)*, chapter 19, pages 481–502. John Wiley & Sons, Ltd.
- Blewitt, G., Altamimi, Z., Davis, J., Gross, R., Kuo, C.-Y., Lemoine, F. G., Moore, A. W., Neilan, R. E., Plag, H.-P., Rothacher, M., Shum, C. K., Sideris, M. G., Schöne, T., Tregoning, P., and Zerbini, S. (2010). *Geodetic Observations and Global Reference Frame Contributions to Understanding Sea-Level Rise and Variability*. Wiley-Blackwell.
- Bock, Y. and Melgar, D. (2016). Physical applications of gps geodesy: A review. *Reports on Progress in Physics*, 79.
- Boehm, J., Heinkelmann, R., and Schuh, H. (2009). *Neutral Atmosphere Delays: Empirical Models Versus Discrete Time Series from Numerical Weather Models*, pages 317–321. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Bohm, J., Salstein, D., Alizadeh, M., and Wijaya, D. (2013). Geodetic and atmospheric background. In Böhm, J. and Schuh, H., editors, *Atmospheric Effects in Space Geodesy*, Springer Atmospheric Sciences, pages 1–33. Springer Berlin Heidelberg.
- Borkowski, K. (1989). Accurate algorithms to transform geocentric to geodetic coordinates. *Bulletin Geodesique*, 63:50–56.
- Bowring, B. (1976). Transformation from spatial to geographical coordinates. *Survey Review*, 23:323–327.
- Böhm, J. and Schuh, H. (2004). Vienna mapping functions in vlbi analyses. *Geophysical Research Letters*, 31.

- Böhm, J., Werl, B., and Schuh, H. (2006). Tropospheric mapping functions for gps and vlbi from ecmwf operational analysis data. *Journal of Geophysical Research*, 111.
- Chen, G. and Herring, T. A. (1997). Effects of atmospheric azimuthal asymmetry on the analysis of space geodetic data. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*.
- Choy, S., Bisnath, S., and Rizos, C. (2017). Uncovering common misconceptions in gnss precise point positioning and its future prospect. *GPS Solutions*.
- Cioce, V. (2019). *Efectos asociados con la carga por presión atmosférica sobre la estabilidad del posicionamiento geodésico en Venezuela*. PhD thesis, Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.
- Cioce, V., Camarillo, D., Hoyer, M., Wildermann, E., and Royero, G. (2010). Aplicación de la técnica satelital gps para el estudio del comportamiento dinámico del puente gral. rafael urdaneta. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia*, 33(2).
- Dach, R., Lutz, S., Walser, P., and Fridez, P. (2015). *Bernese GNSS Software Version 5.2. User manual*. Astronomical Institute University of Bern (AIUB).
- Dalazoana, R. and De Freitas, S. R. C. (2020). Sistemas geodésicos de referência: Rumo ao ggrs/ggrf. *Revista Brasileira de Cartografia*, 72:962–982.
- Dee, D. P., Uppala, S. M., Simmons, A. J., Berrisford, P., Poli, P., Kobayashi, S., Andrae, U., Balmaseda, M. A., Balsamo, G., Bauer, P., Bechtold, P., Beljaars, A. C., van de Berg, L., Bidlot, J., Bormann, N., Delsol, C., Dragani, R., Fuentes, M., Geer, A. J., Haimberger, L., Healy, S. B., Hersbach, H., Hólm, E. V., Isaksen, L., Kållberg, P., Köhler, M., Matricardi, M., McNally, A. P., Monge-Sanz, B. M., Morcrette, J. J., Park, B. K., Peubey, C., de Rosnay, P., Tavolato, C., Thépaut, J. N., and Vitart, F. (2011). The ERA-Interim reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*.
- Dilssner, F., Springer, T., Flohrer, C., and Dow, J. (2010). Estimation of phase center corrections for glonass-m satellite antennas. *Journal of Geodesy*, 84:467–480.
- Doberstein, D. (2012). *GPS Receiver Hardware Fundamentals*, pages 85–103. Springer New York, New York, NY.

- Dragert, H., Wang, K., and James, T. (2001). A silent slip event on the deeper cascadia subduction interface. *Science*, 292(5521):1525–1528.
- Dragomir, V., Ghitău, D., Mihăilescu, M., and Rotaru, M. (1982). 3 - reference surfaces. coordinate systems. In *Theory of the Earth's Shape*, volume 13 of *Developments in Solid Earth Geophysics*, pages 63 – 98. Elsevier.
- Drewes, H. (2009). Reference systems, reference frames, and the geodetic datum. In Sideris, M., editor, *Observing our Changing Earth*, volume 133 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 3–9. Springer Berlin Heidelberg.
- Drewes, H. (2012). How to fix the geodetic datum for reference frames in geosciences applications? In Kenyon, S., Pacino, M. C., and Marti, U., editors, *Geodesy for Planet Earth*, pages 67–76, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg.
- Drewes, H. and Sánchez, L. (2004). Sistemas de referencia cinemáticos modernos en geodesia. Technical report, Instituto Alemán de Investigaciones Geodésicas (DGFI).
- Ebner, R. and Featherstone, W. E. (2008). How well can online GPS PPP post-processing services be used to establish geodetic survey control networks. *Journal of Applied Geodesy*.
- Engelis, T. (1985). Global circulation from seasat altimeter data. *Marine Geodesy*, 9(1):45–69.
- Erickson, C. (1992). An analysis of ambiguity resolution techniques for rapid static gps surveys using single frequency data. In *Proceeding of ION GPS-92*, volume 92, pages 453–462.
- Feissel, M. and Mignard, F. (1998). The adoption of icrs on 1 january 1998 : Meaning and consequences. *Astronomy and Astrophysics*, 331.
- Ferreira, R. C., Carvalho, A. S., Cioce, V. J., and da Fonseca Junior, E. S. (2022). Análise Comparativa da Acurácia Posicional Proporcionada por Plataformas de Processamento de Dados GPS no Posicionamento Relativo e por Ponto Preciso. *Revista Brasileira de Cartografia*.
- Ferreira, V., Montecino, H., Ndehedehe, C., Heck, B., Gong, Z., de Freitas, S., and Westerhaus, M. (2018). Space-based observations of crustal deflections for drought characterization in brazil. *Science of The Total Environment*, 644:256–273.
- Ferreira, V. G., Liu, Z., Montecino, H. C., Yuan, P., Kelly, C. I., Mohammed, A. S., and Han, L. Y. (2020). Reciprocal comparison

- of geodetically sensed and modeled vertical hydrological loading products. *Acta Geodaetica et Geophysica*.
- Ferreira, V. G., Ndehedehe, C. E., Montecino, H. C., Yong, B., Yuan, P., Abdalla, A., and Mohammed, A. S. (2019). Prospects for imaging terrestrial water storage in south america using daily gps observations. *Remote Sensing*, 11(6).
- Filmer, M. S. and Featherstone, W. E. (2012). A re-evaluation of the offset in the australian height datum between mainland australia and tasmania. *Marine Geodesy*, 35(1):107–119.
- Fischer, I. (1970). The development of the south american datum 1969. *Survey Review*, 20(158):354–365.
- Fischer, I. (1973). The basic framework of the south american datum of 1969. Technical report, XII Pan American Cosultation on Cartography, Panamá.
- Frei, E. (1991). *Rapid Differential Positioning with the Global Positioning System (GPS)*. PhD thesis, Astronomical Institute, University of Berne, Switzerland.
- Fukushima, T. (1999). Fast transform from geocentric to geodetic coordinates. *Journal of Geodesy*, 73:603–610.
- Fukushima, T. (2006). Transformation from cartesian to geodetic coordinates accelerated by halley's method. *Journal of Geodesy*, 79:689–693.
- García-Asenjo, L. and Hernández López, D. (2005). Geodesia. Technical report, Universidad Politécnica de Valencia y Universidad de Salamanca.
- Gemael, C. and Bittencourt, J. (2004). *Geodésia celeste*. UFPR.
- Ghoddousi-Fard, R. and Lahaye, F. (2016). Evaluation of single frequency GPS precise point positioning assisted with external ionosphere sources. *Advances in Space Research*.
- Goldsmith, M. (2010). A beginner's guide to measurement. Technical Report Good Practice Guide No. 118, ational Physical Laboratory, Teddington, Middlesex, United Kingdom, TW11 oLW.
- Guerova, G. and Simeonov, T. (2021). *Global Navigation Satellite System Monitoring of the Atmosphere*. Elsevier.
- Gurtner, W. and Estey, L. (2007). Rinex: The receiver independent exchange format version 3.0. Technical report, IGS.

- Gurtner, W., Mader, G., and Arthur, D. (1989). A common exchange format for gps data. *CSTG GPS Bulletin*, 2(3).
- Hase, H. (2011). *Encyclopedia of Solid Earth Geophysics*, chapter Geodesy, Networks and Reference Systems. Springer Netherlands.
- Hatanaka, Y. (2008). A compression format and tools for gnss observation data. *Bulletin of the Geographical Survey Institute*, 55.
- Hatch, R. (1991). Instantaneous ambiguity resolution. In Schwarz, K.-P. and Lachapelle, G., editors, *Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing*, pages 299–308, New York, NY. Springer New York.
- Hauschild, A. (2017). *Combinations of Observations*, pages 583–604. Springer International Publishing, Cham.
- Hazard, C., Sutton, J., Argue, A. N., Kenworthy, C. M., Morrison, L. V., and Murray, C. A. (1971). Accurate Radio and Optical Positions of 3G273B. *Nature Physical Science*.
- Heck, B. and Rummel, R. (1990). Strategies for solving the vertical datum problem using terrestrial and satellite geodetic data. In Sünkel, H. and Baker, T., editors, *Sea Surface Topography and the Geoid*, volume 104 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 116–128. Springer New York.
- Heiskanen, W. and Moritz, H. (1967). *Physical geodesy*. Series of books in geology. W. H. Freeman.
- Héroux, P. and Kouba, J. (2001). GPS precise point positioning using IGS orbit products. *Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy*.
- Hersbach, H., Bell, B., Berrisford, P., Hirahara, S., Horányi, A., Muñoz-Sabater, J., Nicolas, J., Peubey, C., Radu, R., Schepers, D., Simmons, A., Soci, C., Abdalla, S., Abellan, X., Balsamo, G., Bechtold, P., Biavati, G., Bidlot, J., Bonavita, M., De Chiara, G., Dahlgren, P., Dee, D., Diamantakis, M., Dragani, R., Flemming, J., Forbes, R., Fuentes, M., Geer, A., Haimberger, L., Healy, S., Hogan, R. J., Hólm, E., Janisková, M., Keeley, S., Laloyaux, P., Lopez, P., Lupu, C., Radnoti, G., de Rosnay, P., Rozum, I., Vamborg, F., Villaume, S., and Thépaut, J. N. (2020). The ERA5 global reanalysis. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*.
- Hilla, S. (2010). The extended standard product 3 orbit format (sp3-c). Technical report, IGS.

- Hobiger, T. and Jakowski, N. (2017). *Atmospheric Signal Propagation*, pages 165–193. Springer International Publishing, Cham.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., and Collins, J. (2001). *Global positioning system : theory and practice*. Springer, Vienna.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., and Wasle, E. (2007). *GNSS - Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer.
- Hofmann-Wellenhof, B. and Moritz, H. (2005). *Physical Geodesy*. Springer-Verlag Wien.
- Holanda, M. P. and Bermejo, J. (1998). *GPS & GLONASS Descripción y aplicaciones*. N/A.
- IERS (2009). The second realization of the international celestial reference frame by very long baseline interferometry. Technical Report 35, IERS.
- IERS (2010). Iers conventions (2010). Technical Report 36, IERS.
- IERS (2023). The icrf.
- IGM (2009). Red nacional de gravedad. Technical report, Instituto Geográfico Militar.
- IGM (2022). Misión y visión del igm.
- Ihde, J., Sideris, M. G., and Sánchez, L. (2010). Concepts for the realization of a world height system – theme 1 of the global geodetic observing system (ggos). In *Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG2010)*. IAG.
- Ihde, J., Sánchez, L., Barzaghi, R., Drewes, H., Foerste, C., Gruber, T., Liebsch, G., Marti, U., Pail, R., and Sideris, M. (2017). Definition and proposed realization of the international height reference system (ihrs). *Surv Geophys*.
- Jekeli, C. (2006). Geometric reference systems in geodesy. Report, Division of Geodesy and Geospatial Science, School of Earth Sciences, Ohio State University.
- Jin, S. and Su, K. (2020). PPP models and performances from single-to quad-frequency BDS observations. *Satellite Navigation*.
- Johnston, G., Riddell, Anna, and Hausler, G. (2017). *The International GNSS Service*, pages 967–982. Springer International Publishing, Cham.

- Kim, D. and Langley, R. B. (2000). Gps ambiguity resolution and validation : Methodologies , trends and issues. *Symposium A 7th GNSS Workshop - International Symposium on GPS/GNSS*, pages 1–9.
- Koch, K. (1999). *Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models*. Springer.
- Kouba, J., Lahaye, F., and Tétreault, P. (2017). *Precise Point Positioning*, pages 723–751. Springer International Publishing, Cham.
- Krakiwsky, E. and Wells, D. (1974). Coordinate systems in geodesy. Technical report, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.
- Krynski, J. and Marcin, B. (2012). On a lasting role of geodynamics in modern vertical and gravity reference systems. *Reports on Geodesy*, 92(1):62–68.
- Landskron, D. and Böhm, J. (2018). Vmf3/gpt3: refined discrete and empirical troposphere mapping functions. *Journal of Geodesy*, 92.
- Langley, R. (2017). Glonass: past, present and future. an alternative and complement to gps. *GPS World*.
- Le Mével, H., Córdova, L., Cardona, C., and Feigl, K. L. (2021). Unrest at the Laguna del Maule volcanic field 2005–2020: renewed acceleration of deformation. *Bulletin of Volcanology*.
- Leick, A. (2004). *GPS Satellite Surveying*. Wiley.
- Leick, A., Rapoport, L., and Tatarnikov, D. (2015). *GPS Satellite Surveying: Fourth Edition*. John Wiley & Sons, Inc.
- Lieske, J., Lederle, T., Fricke, W., and Morando, B. (1977). Expression for the precession quantities based upon the iau (1976) system of astronomical constants. *Astron Astrophys*, 58:1–16.
- Liu, K., Geng, J., Wen, Y., Ortega-Culaciati, F., and Comte, D. (2022). Very early postseismic deformation following the 2015 mw 8.3 illapel earthquake, chile revealed from kinematic gps. *Geophysical Research Letters*, 49(11):e2022GL098526. e2022GL098526 2022GL098526.
- Lollock, R., Powell, T., and Stansell, T. (2012). *The interchangeability problem: signals, coordinate frame and time*. Global Navigation Satellite Systems, report of a joint workshop of the National Academy of Engineering and the Chinese Academy of Engineering. pp. 75-82. The National Academy Press. Washington, DC, EE.UU.

- Maqsood, M., Gao, S., and Montenbruck, O. (2017). *Antennas*, pages 505–534. Springer International Publishing, Cham.
- Marshall, S. (2013). Hydrology. In *Reference Module in Earth Systems and Environmental Sciences*. Elsevier.
- Maturana, R. and Barriga, R. (2002). The vertical geodetic network in Chile. In Drewes, H., Dodson, A., Fortes, L., Sánchez, L., and Sandoval, P., editors, *Vertical Reference Systems*, volume 124 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 23–26. Springer Berlin Heidelberg.
- McCarthy, D. (1996). IERS conventions (1996). Technical Report July, Central Bureau of IERS - Observatoire de Paris.
- Meindl, M. (2011). Combined analysis of observations from different global navigation satellite systems. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz*, 83.
- Mendoza, L., Meza, A., and Aragón, J. (2019). A multi-gnss, multi-frequency and near real-time ionospheric tec monitoring system for South America. *Space Weather*, 17.
- Misra, P. and Enge, P. (2006). *GPS: signals, measurements and performance*. Ganga-Jamuna Press. Lincoln, MA, EE.UU, 2nd ed. edition.
- Monico, J. F. G. (2007). *Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações*. Editora UNESP.
- Montenbruck, O., Steigenberger, P., Khachikyan, R., Weber, G., Langley, R., Mervart, L., and Hugentobler, U. (2014). Igs-mgex: preparing the ground for multi-constellation gnss science. *InsideGNSS*.
- Montenbruck, O., Steigenberger, P., Prange, L., Deng, Z., Zhao, Q., Perosanz, F., Romero, I., Noll, C., Stürze, A., Weber, G., Schmid, R., MacLeod, K., and Schaer, S. (2017). The multi-gnss experiment (mgex) of the international gnss service (igs) – achievements, prospects and challenges. *Advances in Space Research*, 59(7):1671–1697.
- Morelli, C. (1971). The international gravity standardization net 1971. Technical Report 4, IUGG IAG Special Publication.
- Morelli, C., Gantar, C., Honkasalo, T., McConnell, R., Tanner, J., B., S., Uotila, U., and Whalen, C. (1974). The international gravity standardization net 1971 (igs71). Technical Report Publ. Spec. 4, IUGG-IAG.

- Moritz, H. (1984). Geodetic reference system 1980. *Bulletin Géodésique*, 58(3):388–398.
- Mueller, I. (1989). Reference coordinate systems for earth dynamics: A preview. In *Theory of Satellite Geodesy and Gravity Field Determination*, pages 153–196. Springer-Verlag, New York.
- Niell, A. (1996). Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *Journal of Geophysical Research*, 101(B2):3227–3246.
- Okada, Y. (1985). Surface deformation to shear and tensile faults in a halfspace. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 75:1135–1154.
- Ozener, H., Dogru, A., and Unlutepel, A. (2009). An approach for rapid assessment of seismic hazards in turkey by continuous gps data. *Sensors*, 9(1):602–615.
- Pail, R., Fecher, T., Barnes, D., Factor, J., Holmes, S., Gruber, T., and Zingerle, P. (2017). The experimental gravity field model xgm2016, gfz data services. Technical report, GFZ.
- Pavlis, E. and Kuzmich-Cieslak, M. (2009). Geocenter motion: causes and modeling approaches. In Schilliak, S., editor, *Proceedings of the 16th International Workshop on Laser Ranging*, page 16–26.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., and Factor, J. K. (2012). The development and evaluation of the earth gravitational model 2008 (egm2008). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B4):n/a–n/a.
- Petit, G. and Luzum, B. (2010). Iers conventions 2010. iers technical note. Technical Report 36, International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS).
- Pinjian, L. (1994). Determination of earth rotation parameters and adjustment of a global geodetic network using the global positioning system. Technical Report 71, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.
- Plag, H.-P., Altamimi, Z., Bettadpur, S., Beutler, G., Beyerle, G., Cazenave, A., Crossley, D., Donnellan, A., Forsberg, R., Gross, R., Hinderer, J., Komjathy, A., Ma, C., Mannucci, A., Noll, C., Nothnagel, A., Pavlis, E., Pearlman, M., Poli, P., Schreiber, U., Senior, K., Woodworth, P., Zerbini, S., and Zuffada, C. (2009). *Global Geodetic Observing System: Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020*, chapter The goals,

- achievements, and tools of modern geodesy. Springer Berlin Heidelberg.
- Rapp, R. (1993). Geometric geodesy, part ii. Technical report, The Ohio State University, Department of Geodetic Science and Surveying.
- Ray, J., Gurtner, W., and Coleman, M. (2017). Rinex extensions to handle clock information. Technical report, IGS.
- Remondi, B. (1984). *Using the Global Positioning System (GPS) Phase Observable for Relative Geodesy: Modeling, Processing, and Results*. PhD thesis, Center for Space Research, University of Texas, Austin, Texas.
- Riddell, A., Moore, M., and Hu, G. (2015). Geoscience australia's gnss antenna calibration facility: initial results. Technical report.
- Rizos, C. (1991). Principles and practice of gps surveying. Technical report, School of Geomatic Eng., University of New South Wales, Australia.
- Romero, I. (2021). Rinex: The receiver independent exchange format version 4.00. Technical report, IGS.
- Rothacher, M., Beutler, G., Behrend, D., Donnellan, A., Hinderer, J., Ma, C., Noll, C., Oberst, J., Pearlman, M., Plag, H.-P., Richter, B., Schöne, T., Tavernier, G., and Woodworth, P. L. (2009). *The future Global Geodetic Observing System*, pages 237–272. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Rothacher, M. and Schmid, R. (2010). Antex: The antenna exchange format, version 1.4. Technical report, IGS.
- Ruiz, S., Aden-Antoniow, F., Baez, J. C., Otarola, C., Potin, B., del Campo, F., Poli, P., Flores, C., Satriano, C., Leyton, F., Madariaga, R., and Bernard, P. (2017). Nucleation phase and dynamic inversion of the mw 6.9 valparaíso 2017 earthquake in central chile. *Geophysical Research Letters*, 44(20):10,290–10,297.
- Rummel, R. (2004). Geoid and gravity in earth sciences – an overview. *Earth, Moon, and Planets*, 94(1):3–11.
- Rummel, R. and Peters, T. (2001). Reference systems in satellite geodesy. Report, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München.
- Saastamoinen, J. (1972). *Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging Satellites*, pages 247–251. American Geophysical Union (AGU).

- Sanchez, L. (2011). Physical height systems in south america. In *STSE-GOCE+Height System Unification, Presentation at Progress Meeting 2*.
- Sánchez, L., Ågren, J., Huang, J., Wang, Y. M., Mäkinen, J., Pail, R., Barzaghi, R., Vergos, G. S., Ahlgren, K., and Liu, Q. (2021). Strategy for the realisation of the International Height Reference System (IHRs). *Journal of Geodesy*.
- Sánchez, L. and Drewes, H. (2020). Geodetic monitoring of the variable surface deformation in latin america. In Freymueller, J. T. and Sánchez, L., editors, *Beyond 100: The Next Century in Geodesy*, pages 197–208, Cham. Springer International Publishing.
- Sanz, J., Zornoza, J., and M., H. (2013). *GNSS data processing, Vol. I: fundamentals and algorithms*. European Space Agency (ESA) Communications, Leiden, Países Bajos.
- Schaer, S., Gurtner, W., and Feltens, J. (1998). Ionex: The ionosphere map exchange format version 1. Technical report, IGS.
- Schödlbauer, A. (2000). *Geodätische Astronomie*. De Gruyter, Berlin, New York.
- Seeber, G. (2003a). *Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications*. Walter De Gruyter Incorporated.
- Seeber, G. (2003b). *Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications*. Walter De Gruyter Incorporated.
- Seidelmann, P. (1982). 1980 iau theory of nutation: The final report of the iau working group on nutation. *Celestial mechanics*, 27(1):79–106.
- Seitz, M., Angermann, D., Gerstl, M., Bloßfeld, M., Sánchez, L., and Seitz, F. (2014). Geometrical reference systems. In Freeden, W., Nashed, M. Z., and Sonar, T., editors, *Handbook of Geomathematics*, pages 1–35. Springer Berlin Heidelberg.
- SIRGAS (2022). Realizaciones sirgas.
- SIRGAS-CHILE (2022). Red nacional de nivelación.
- Sneeuw, N. (2006). Physical geodesy. *Institute of Geodesy, Stuttgart University*.
- Sobolev, S. V., Babeyko, A. Y., Wang, R., Hoechner, A., Galas, R., Rothacher, M., Sein, D. V., Schröter, J., Lauterjung, J., and Subarya, C. (2007). Tsunami early warning using gps-shield arrays. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 112(B8).

- Soler, T. and Chin, M. (1985). On transformation of covariance matrices between local cartesian coordinate systems and commutative diagrams. In *Proceedings of 45th Annual Meeting ASP-ACSM Convention*.
- Stanaway, R. (2017). *Manual de marcos de referencia en la práctica*, chapter Marcos de referencia nacionales y regionales. Federación Internacional de Geómetras-FIG.
- Stewart, M., Tsakiri, M., Wang, J., and Monico, J. (2000). The contribution of glonass measurements to regional and continental scale geodetic monitoring regimes. *Earth, Planets and Space*, 52.
- Stolz, A. (2001). An Introduction to geodesy. Technical Report 16, School of Surveying and Spatial Information Systems, The University of New South Wales.
- Sánchez, L. and Brunini, C. (2009). Achievements and challenges of sirgas. In Drewes, H., editor, *Geodetic Reference Frames*, volume 134 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 161–166. Springer Berlin Heidelberg.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Teunissen, P. J. (2017). *Carrier Phase Integer Ambiguity Resolution*, pages 661–685. Springer International Publishing, Cham.
- Teunissen, P. J. (2020). *GNSS Precise Point Positioning*, chapter 20, pages 503–528. John Wiley & Sons, Ltd.
- Torge, W. (1989). *Gravimetry*. Walter de Gruyter.
- Torge, W., Müller, J., and Pail, R. (2023). *Geodesy*. De Gruyter.
- Tralli, D. M. and Lichten, S. M. (1990). Stochastic estimation of tropospheric path delays in global positioning system geodetic measurements. *Bulletin Géodésique*.
- UNOOSA (2014). International committee on gnss. Technical report, United Nations Office for Outer Space Affairs.
- van Dam, T., Wahr, J., Milly, P. C. D., Shmakin, A. B., Blewitt, G., Lavallée, D., and Larson, K. M. (2001). Crustal displacements due to continental water loading. *Geophysical Research Letters*, 28(4):651–654.
- van Sickle J. (2015). *GPS for Land Surveyors*. CRC Press. Boca Raton-FL, EE.UU., 4th ed edition.

- Verhagen, S. (2014). *GNSS Ambiguity Resolution and Validation*, pages 1–4. Springer International Publishing, Cham.
- Vigny, C., Socquet, A., Peyrat, S., Ruegg, J.-C., Métois, M., Madariaga, R., Morvan, S., Lancieri, M., Lacassin, R., Campos, J., Carrizo, D., Bejar-Pizarro, M., Barrientos, S., Armijo, R., Aranda, C., Valderas-Bermejo, M.-C., Ortega, I., Bondoux, F., Baize, S., Lyon-Caen, H., Pavez, A., Vilotte, J. P., Bevis, M., Brooks, B., Smalley, R., Parra, H., Baez, J.-C., Blanco, M., Cimbaro, S., and Kendrick, E. (2011). The 2010 m_w 8.8 maule megathrust earthquake of central chile, monitored by gps. *Science*, 332(6036):1417–1421.
- Villiger, A. and Dach, R. (2022). International gnss service technical report 2021 (igs annual report). Technical report, Astronomical Institute University of Bern (AIUB).
- Wells, D. E., Beck, N., Delikaraoglou, A., Kleusberg, A., Krakiwsky, E. J., Lachapelle, G., Langley, R. B., Nakiboglu, M., Schwarz, K. P., Tranquilla, J. M., and Vanicek, P. (1986). Guide to gps positioning. Technical Report 58, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.
- White, A. M., Gardner, W. P., Borsa, A. A., Argus, D. F., and Martens, H. R. (2022). A review of gnss/gps in hydrogeodesy: Hydrologic loading applications and their implications for water resource research. *Water Resources Research*, 58(7):e2022WR032078. e2022WR032078 2022WR032078.
- Wilmes, H., Vitushkin, L., Pálinkáš, V., Falk, R., Wziontek, H., and Bonvalot, S. (2018). Towards the definition and realization of a global absolute gravity reference system. In Freymueller, J. T. and Sánchez, L., editors, *International Symposium on Earth and Environmental Sciences for Future Generations*, pages 25–29, Cham. Springer International Publishing.
- Wziontek, H., Bonvalot, S., Falk, R., Gabalda, G., Mäkinen, J., Pálinkáš, V., Rülke, A., and Vitushkin, L. (2021). Status of the International Gravity Reference System and Frame. *Journal of Geodesy*.
- Wziontek, H., Wilmes, H., and Bonvalot, S. (2012). Agrav: An international database for absolute gravity measurements. In Kenyon, S., Pacino, M. C., and Marti, U., editors, *Geodesy for Planet Earth*, pages 1037–1042, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg.
- Xiaochun, L., L., J., Yan, B., Tao, H., and Xue, W. (2012). *Research report on GNSS interoperability*. Global Navigation Satellite Systems,

- report of a joint workshop of the National Academy of Engineering and the Chinese Academy of Engineering. pp. 75-82. The National Academy Press. Washington, DC, EE.UU.
- Xu, G. (2007). *GPS: Theory, Algorithms and Applications*. Springer.
- Xu, G. and Xu, Y. (2016). *GPS: Theory, Algorithms and Applications*. Springer. Berlín, Alemania.
- Ye, S., Zhao, L., Song, J., Chen, D., and Jiang, W. (2018). Analysis of estimated satellite clock biases and their effects on precise point positioning. *GPS Solutions*.
- Zhao, C., Zhang, B., and Zhang, X. (2021). SUPREME: an open-source single-frequency uncombined precise point positioning software. *GPS Solutions*.
- Zumberge, J. F., Heflin, M. B., Jefferson, D. C., Watkins, M. M., and Webb, F. H. (1997). Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*.